

# METODI DI SIMMETRIZZAZIONE PER EQUAZIONI ELLITTICHE E PARABOLICHE CON DIFFUSIONE FRAZIONARIA

Bruno Volzone

Università degli Studi di Napoli “Parthenope”

*bruno.volzone@uniparthenope.it*

Le tecniche di simmetrizzazione sono ampiamente conosciute per essere strumenti realmente efficaci per l’ottenimento, ad esempio, di stime ottimali di soluzioni di EDP. Nella prima parte di questo seminario, estratta dal lavoro [1] in collaborazione con G. Di Blasio, descriveremo come le tecniche di simmetrizzazione consentano di ottenere un risultato di confronto per concentrazioni per soluzioni di equazioni ellittiche con Laplaciano frazionario, in un dominio limitato  $\Omega$  of  $\mathbb{R}^N$ , del tipo

$$(-\Delta)^{\alpha/2}u = f$$

ove  $\alpha \in (0, 2)$ , con condizioni al contorno di Dirichlet omogenee. Si suppone che il dato  $f$  sia in un opportuno spazio di Lorentz  $L^{p,q}(\Omega)$ . Tali risultati sono utili per ottenere, come conseguenza naturale, alcuni risultati di regolarità delle soluzioni al variare di  $f$ , generalizzando i classici risultati per il Laplaciano. La seconda parte del seminario si concentrerà sui risultati principali di un lavoro ottenuto in collaborazione con J. L. Vázquez [2], nel quale consideriamo l’applicazione di tecniche di simmetrizzazione ad equazioni paraboliche nonlineari con diffusione frazionaria, del tipo

$$(1) \quad u_t + (-\Delta)^{\alpha/2}A(u) = f$$

considerando diversi tipi di nonlineari  $A : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ . Si enunceranno risultati di confronto per concentrazioni per soluzioni di problemi di Cauchy associati alla (1) quando  $A$  si suppone concava (e.g. for  $A(u) = u^m$ ,  $m \in (0, 1)$ , ossia il caso della *fast diffusion*). Tratteremo il caso in cui  $A$  è convessa (ad esempio  $A(u) = u^m$   $m > 1$  i.e. il *porous medium case*), ove si ricava un sorprendente controesempio al risultato di confronto per concentrazioni. Si darà un cenno infine all’ottenimento di stime ottimali di decadimento per soluzioni di (1) in tutto lo spazio, per diverse classi di dati iniziali  $u_0$ , oggetto del lavoro [3].

## REFERENCES

- [1] G. DI BLASIO AND B. VOLZONE. *Comparison and regularity results for the fractional Laplacian via symmetrization methods*, J. Differential Equations **253**, 9 (2012), 2593–2615.
- [2] J. L. VÁZQUEZ AND B. VOLZONE. *Symmetrization for Linear and Nonlinear Fractional Parabolic Equations of Porous Medium Type*, 2013, accettato per la pubblicazione su *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*.
- [3] J. L. VÁZQUEZ AND B. VOLZONE. *Optimal estimates for Fractional Fast diffusion equations*, preprint 2013, sottomesso.