Strutture geometriche su gruppi di Lie

Simon Salamon, Politecnico di Torino

Lo scopo di queste conferenze è di introdurre alcuni concetti nella geometria complessa e riemanniana mediante esempi di gruppi di Lie nilpotenti. L'approccio sarà algebrico e non sarà indispensabile conoscere la teoria delle varietà. Esempi semplici ci porteranno allo studio di alcuni risultati nuovi, e l'ultima conferenza verterà sui recenti sviluppi dell'argomento.

04/10. Algebre di Lie, forme differenziali e varietà.
Definizione di algebra di Lie in termini della derivata esterna. Esempi e proprietà di algebre di Lie in dimensioni ≤ 4. Il concetto di un gruppo di Lie. Esempi: $SU(2)$, gruppo di Heisenberg reale, quozienti discreti. Il calcolo della coomologia mediante le forme invarianti.

11/10. Strutture complesse su gruppi di Lie.
Strutture quasi-complesse e l'esistenza di coordinate compatibili. La differenza tra un gruppo di Lie complesso e una struttura complessa su un gruppo di Lie reale. Studio di $GL(4,\mathbb{R})/GL(2,\mathbb{C})$. Deformazione di strutture complesse invarianti, concetto di spazio di moduli.

18/10. Metriche riemanniane e curvatura.
La connessione di Levi-Civita, equazioni di Cartan. Il calcolo del tensore di Riemann per una metrica invariante a sinistra. Tensori di Ricci e Weyl in dimensione 4. Esempi di metriche di Einstein sui gruppi risolubili, strutture ipercomplesse.

25/10. Strutture provvenenti da forme chiuse.
Forme simplettiche. La proprietà di Kähler, non-esistenza di metriche kähleriane su nilvarietà. Il gruppo di Heisenberg complesso, altri esempi e classificazioni in dimensione 6.

8/11? Metriche con olonomia G_2.
Definizione di metriche con olonomia G_2 partendo da varietà di dimensione 4 e 6. Esempi basati sui gruppi semisemplici e nilpotenti.