

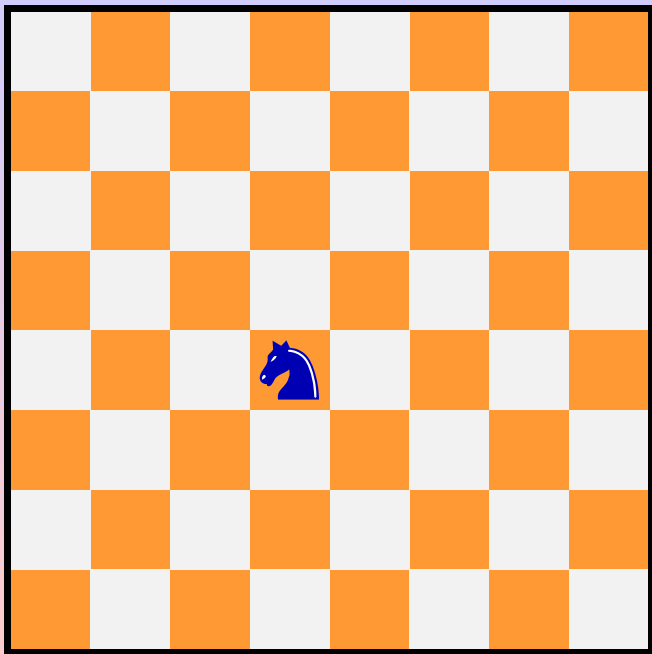
Matematica (quasi) senza numeri

CARLO MANTEGAZZA

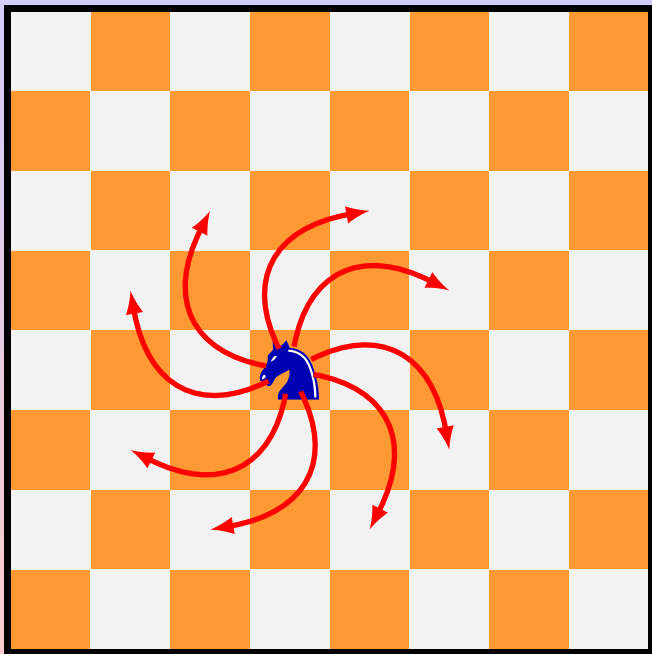
(grazie a Giacomo Ascione per molte figure)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI
FEDERICO II

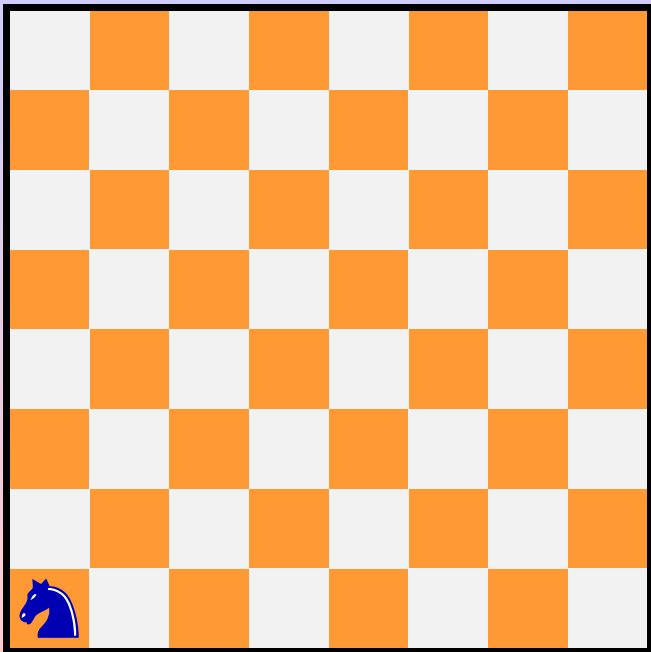
24 Gennaio 2020



La mossa del
cavallo

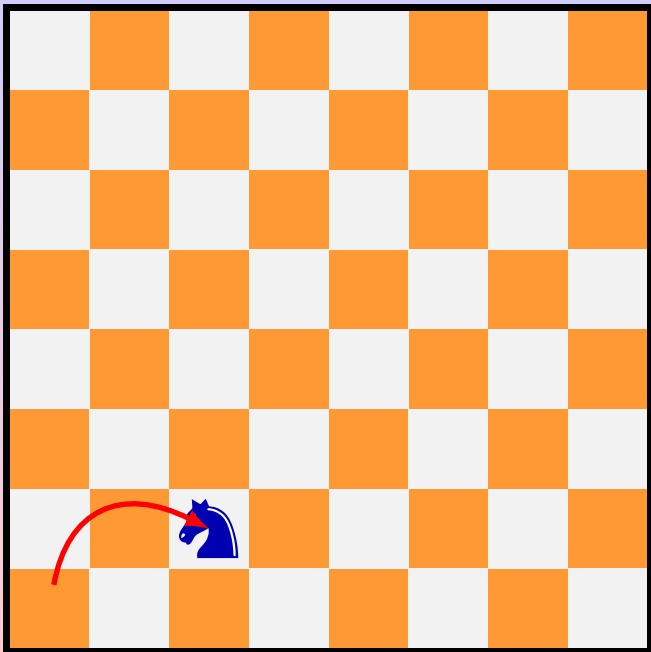


La mossa del
cavallo



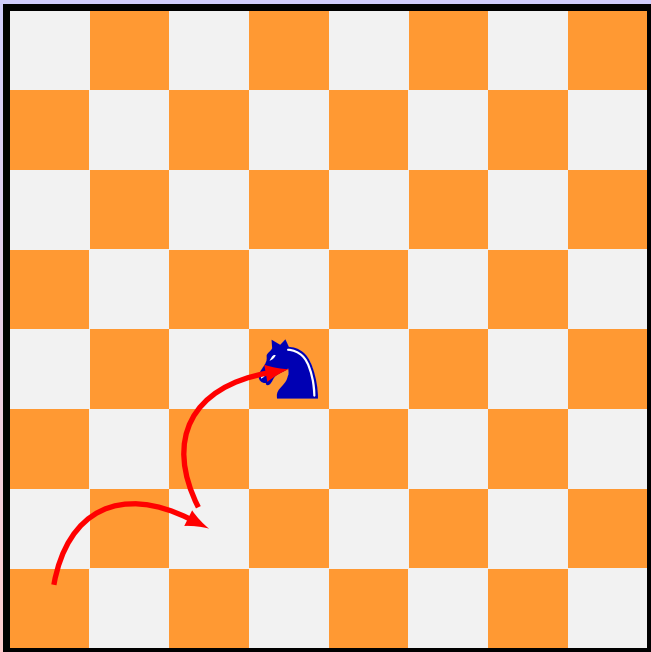
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



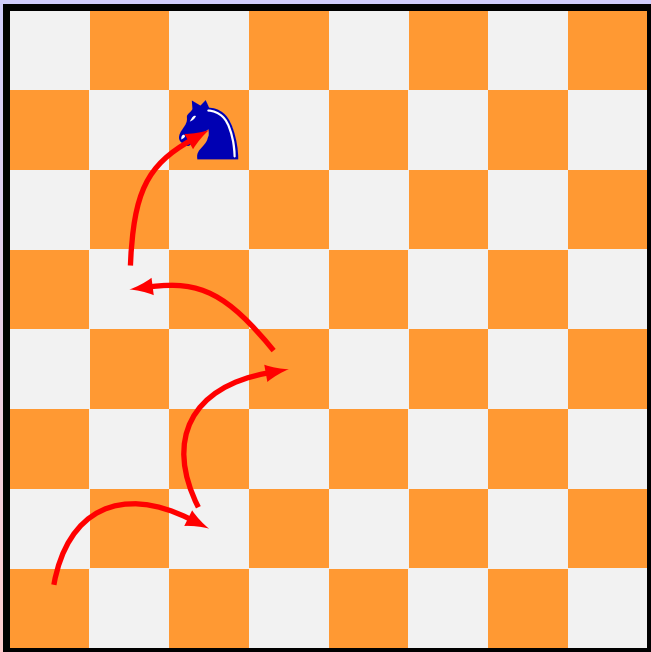
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



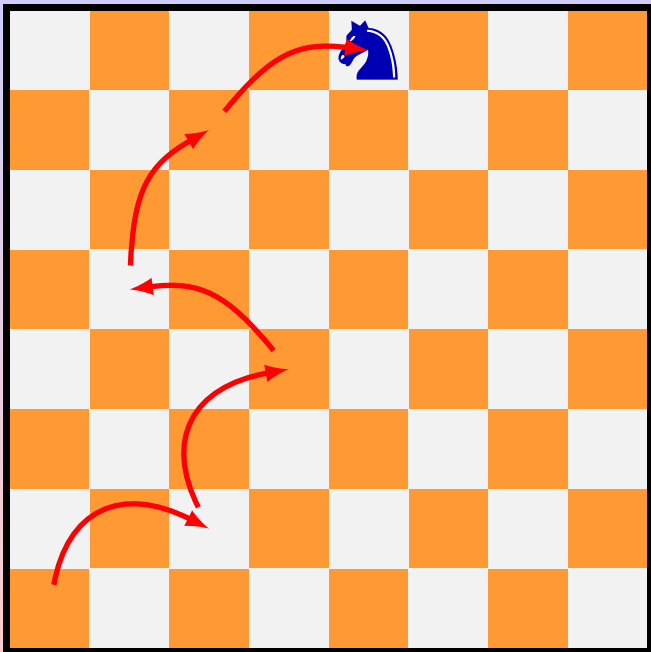
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



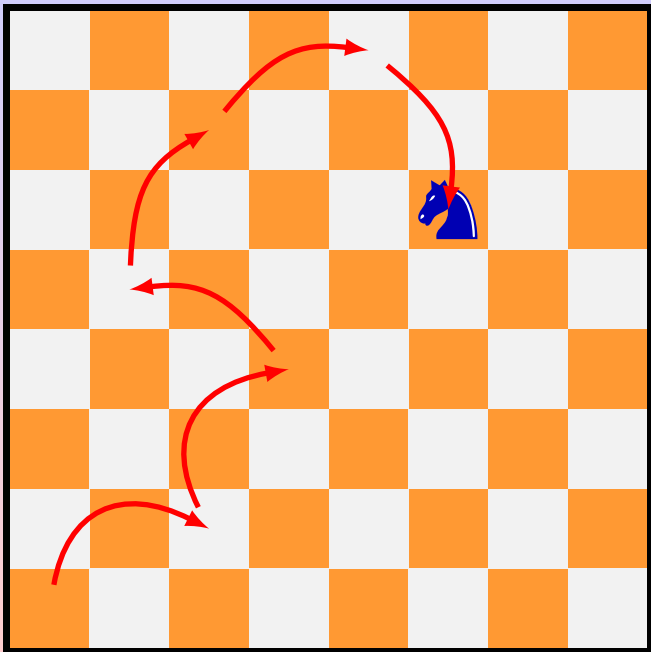
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



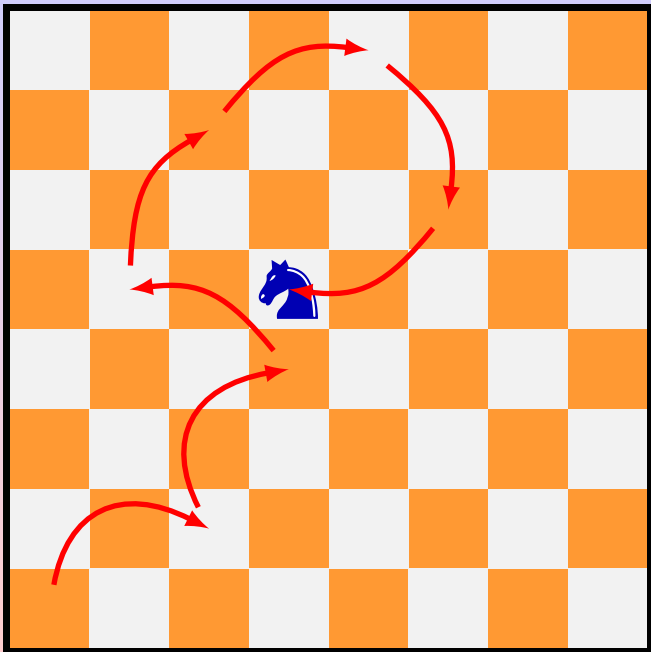
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



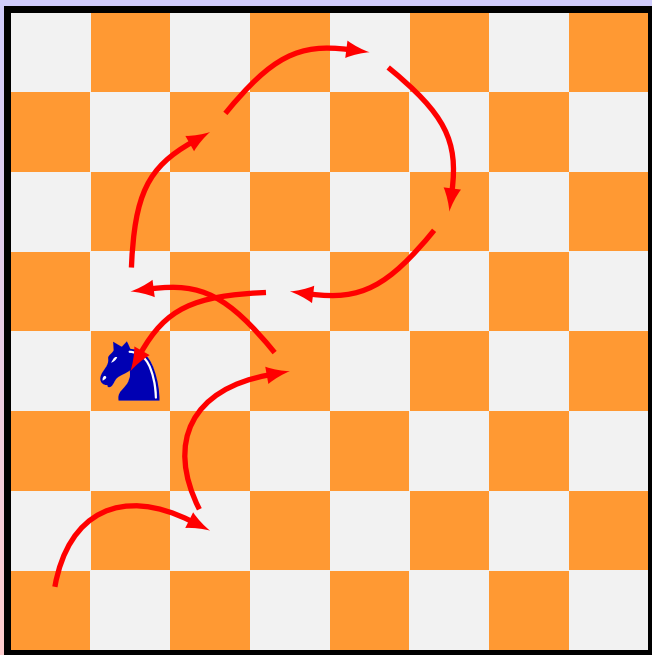
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



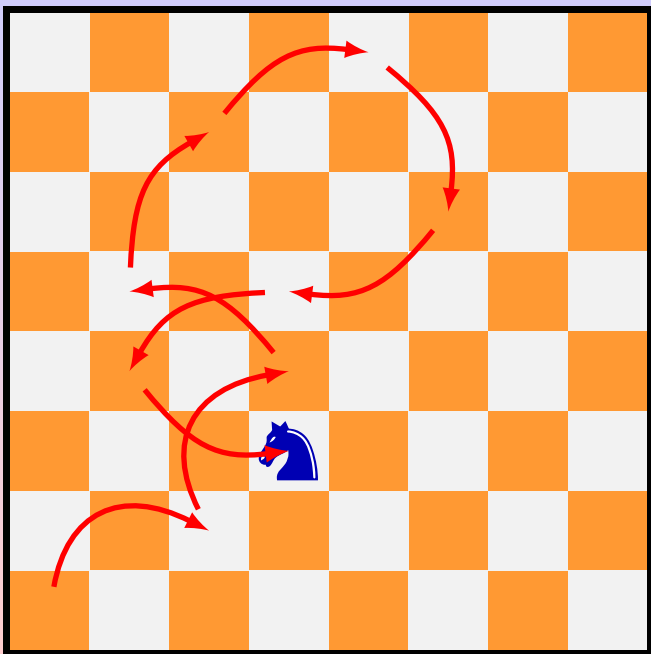
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



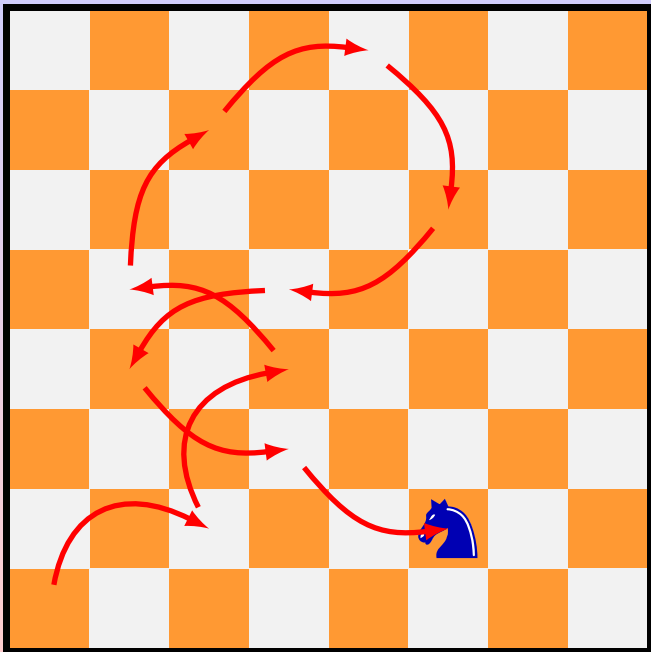
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



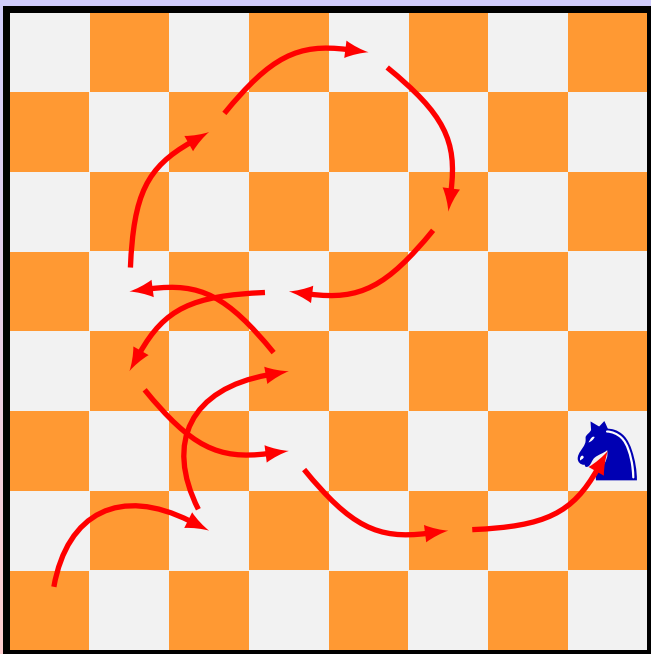
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



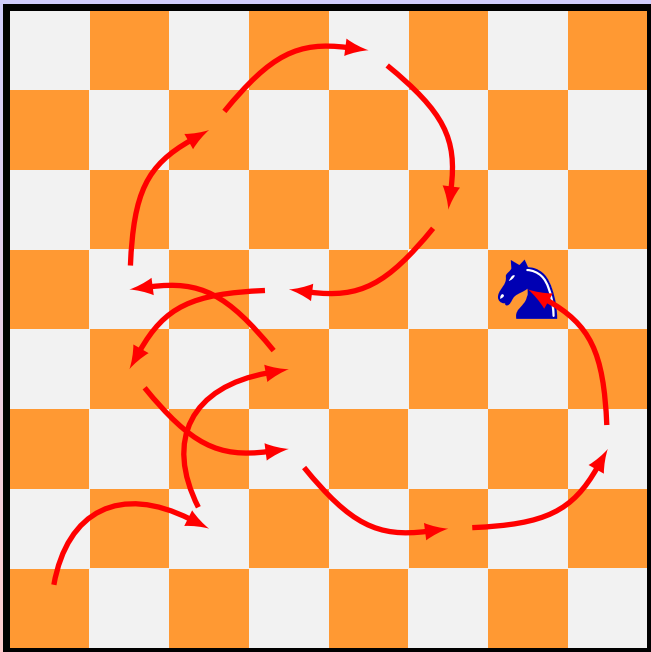
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



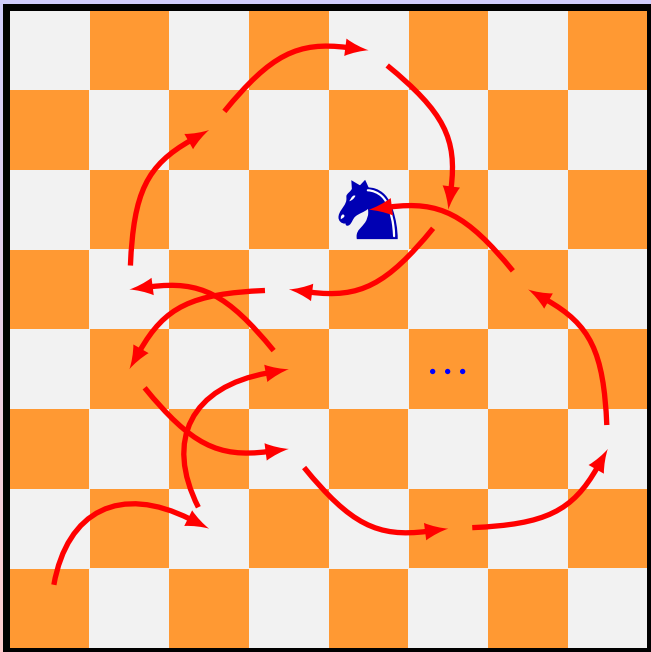
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



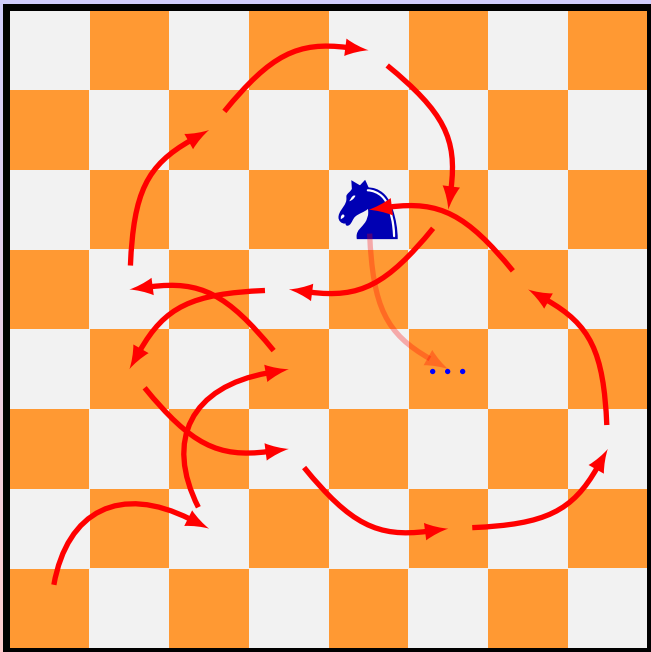
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



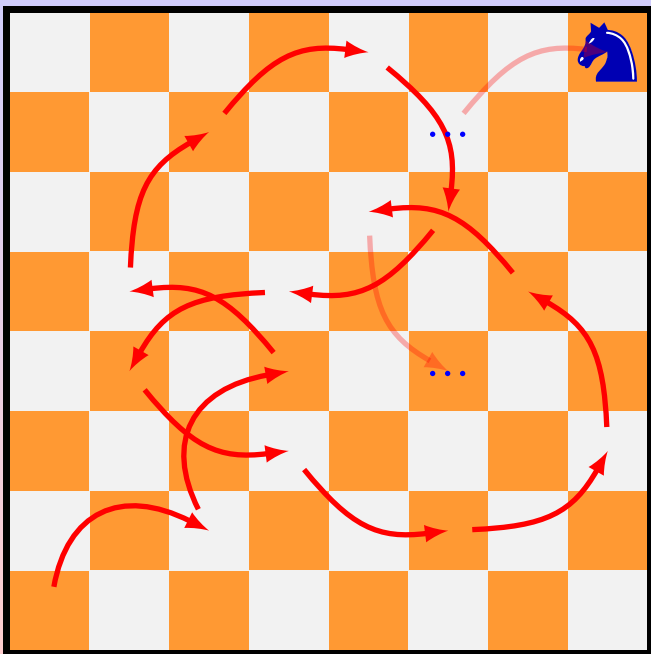
Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

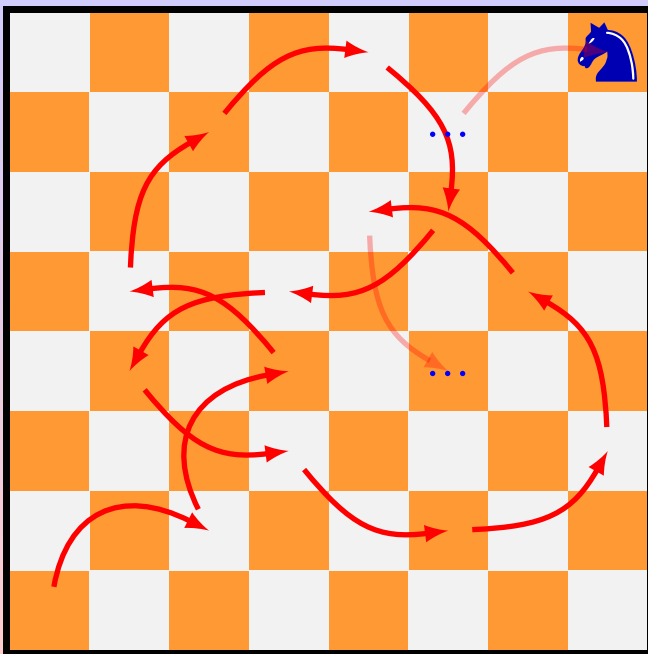
Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...



Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...

... e poi concludere il "giro" nell'angolo della scacchiera opposto a quello di partenza.

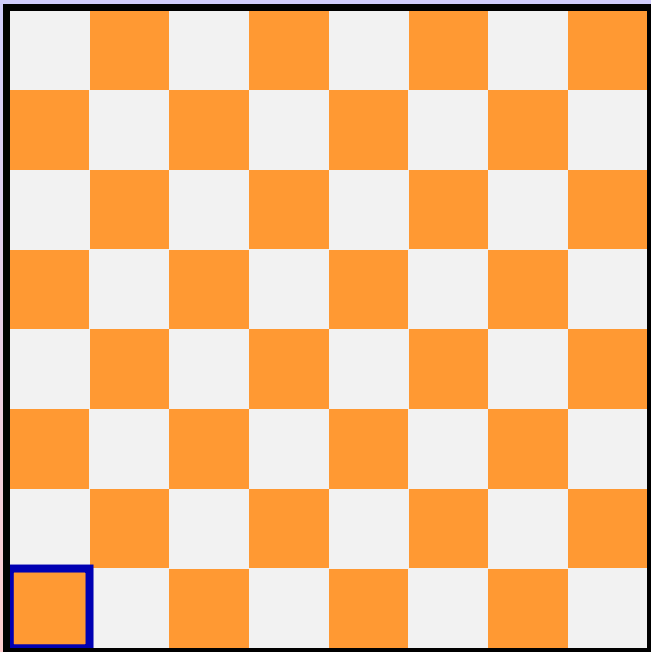


Consideriamo un cavallo che parte nell'angolo in basso a sinistra della scacchiera.

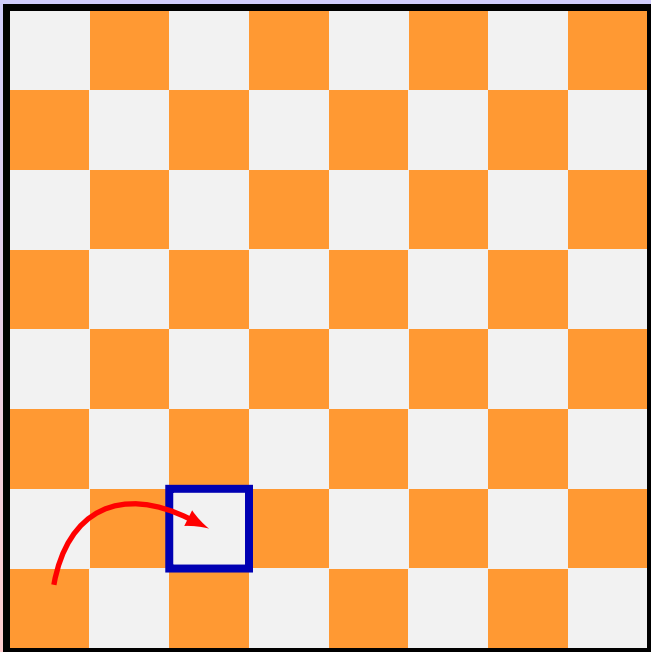
Vorremmo toccare *tutte* le caselle *una e una sola volta*, muovendo il cavallo...

... e poi concludere il “giro” nell’angolo della scacchiera opposto a quello di partenza.

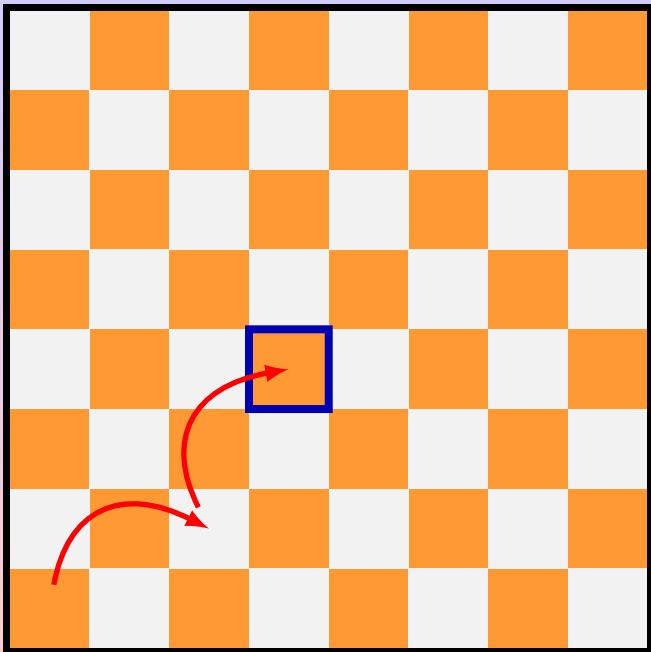
Si può fare? Esiste cioè un tale percorso?



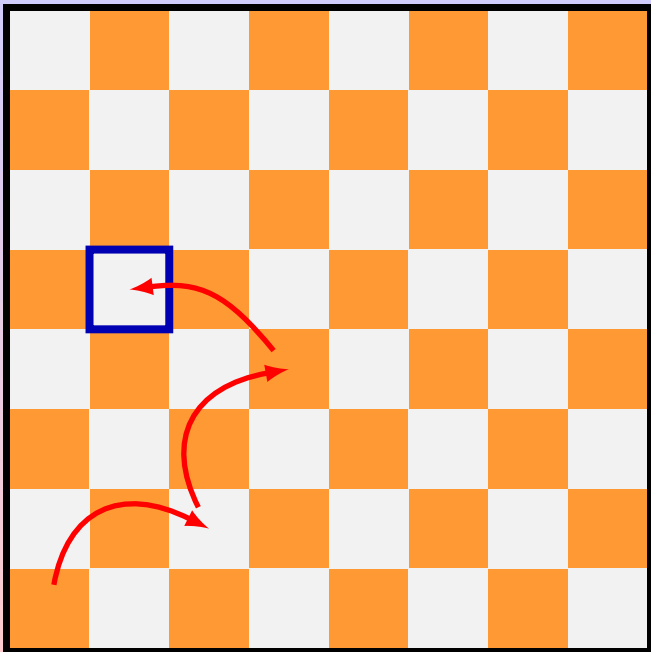
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



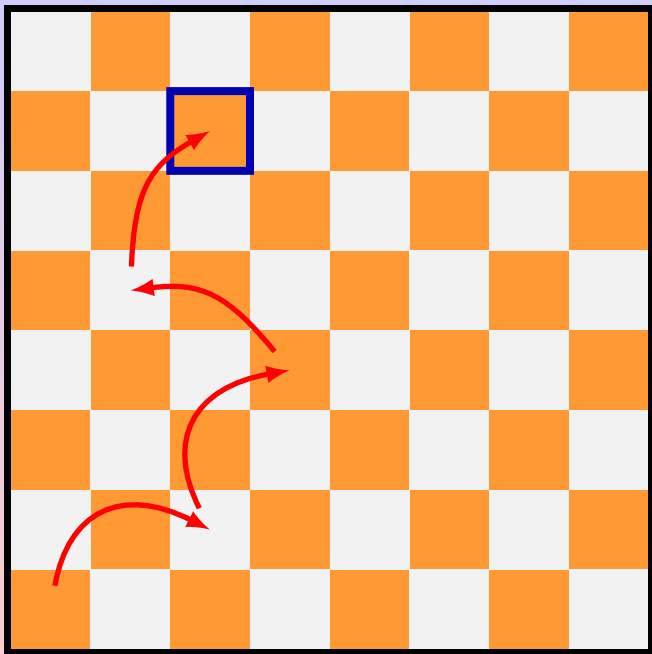
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



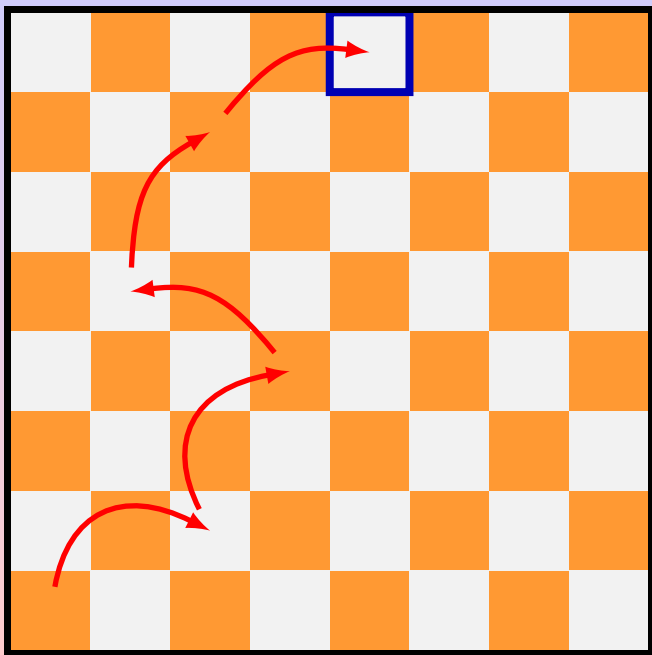
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



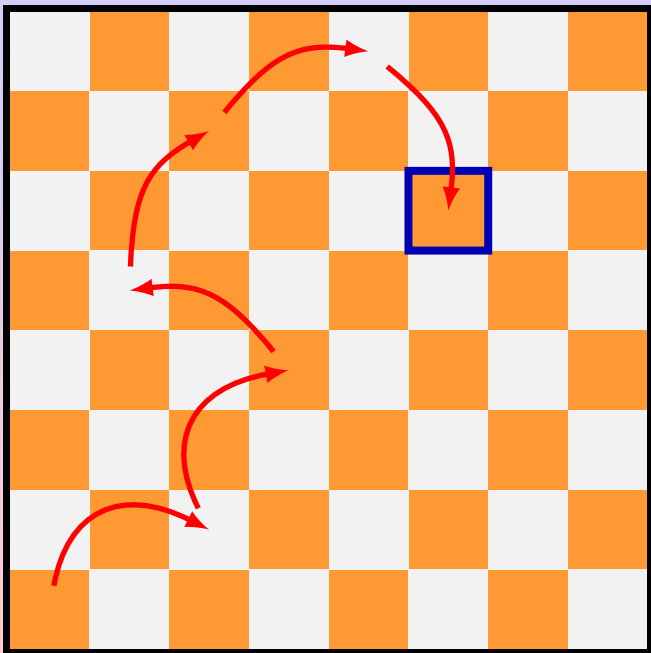
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



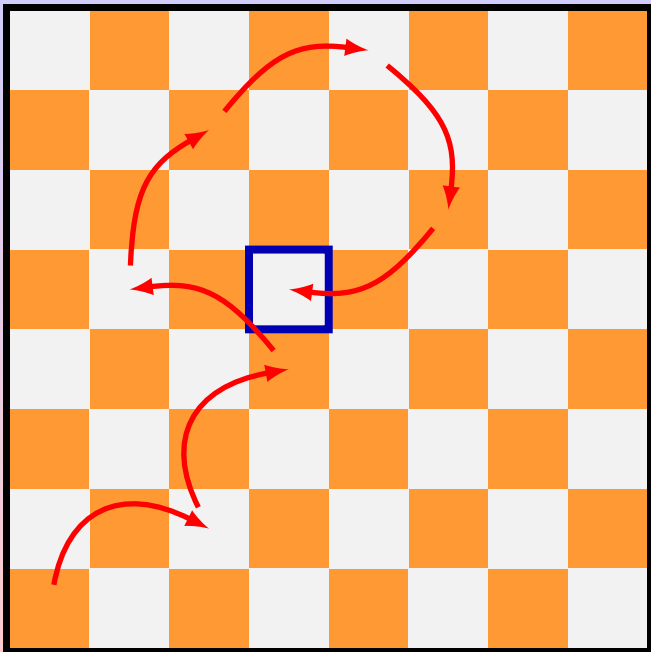
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



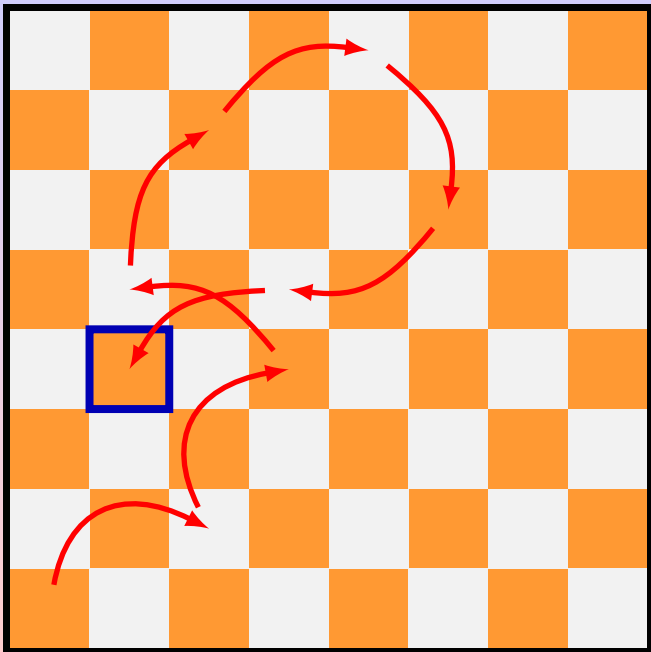
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



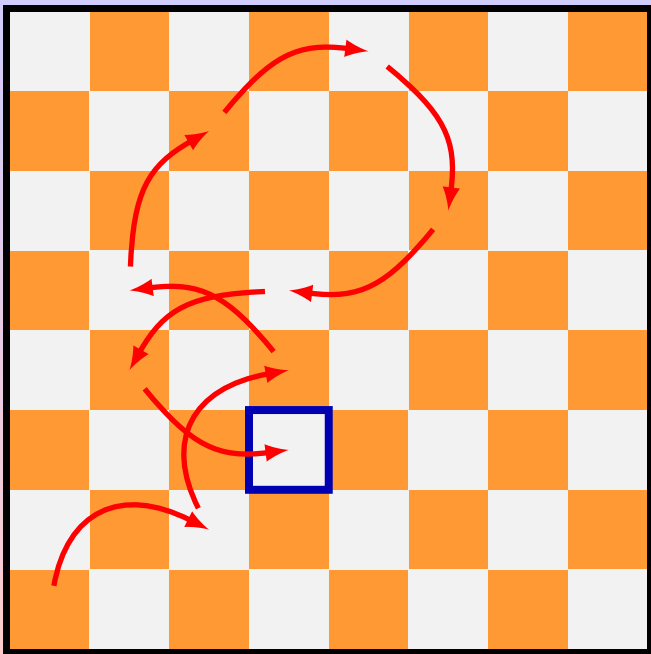
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



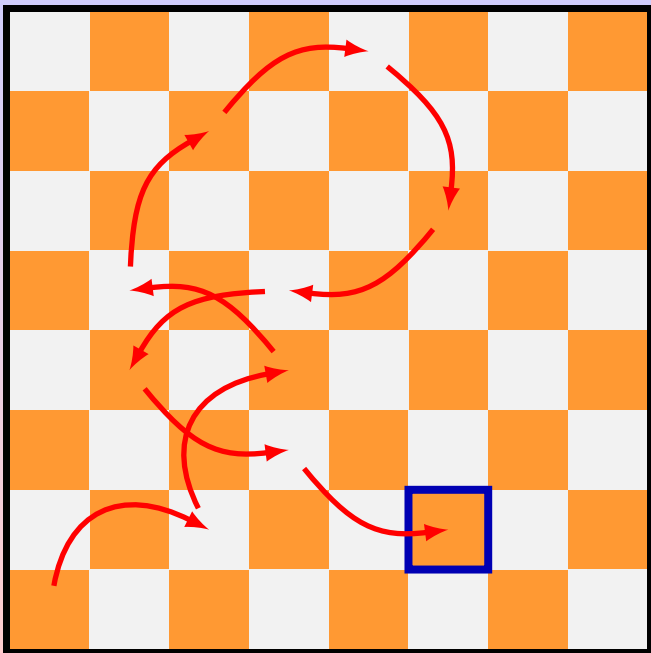
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



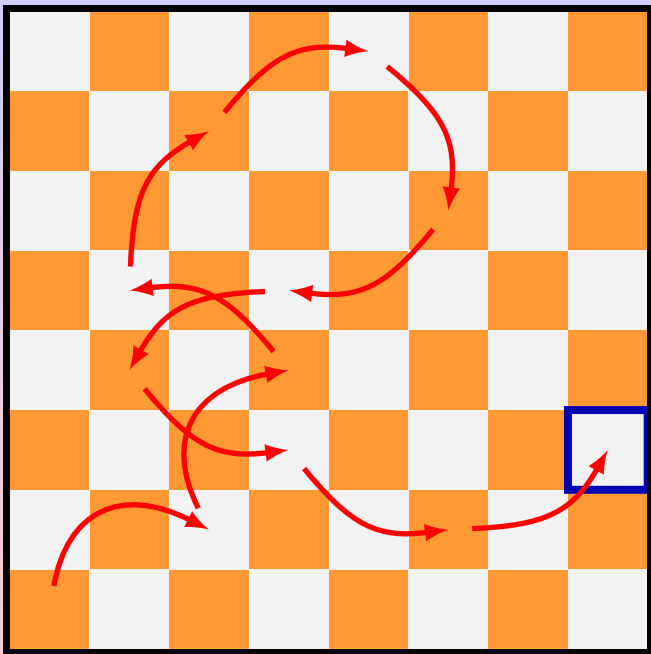
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



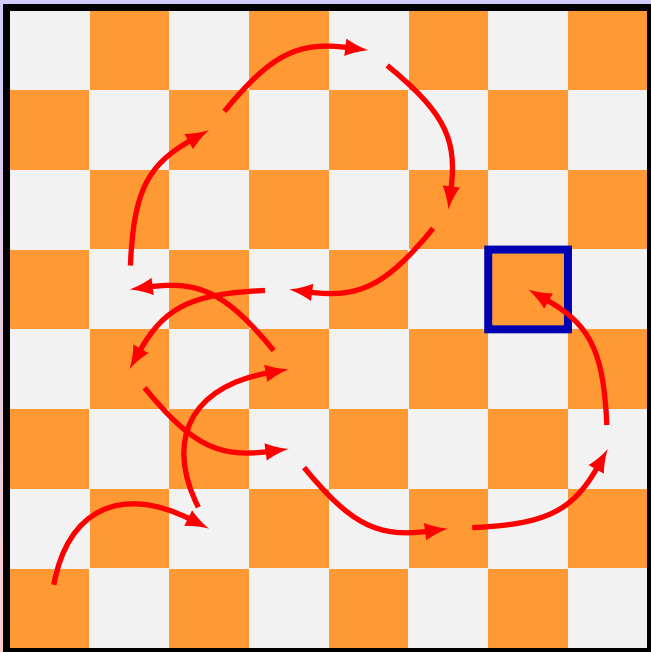
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



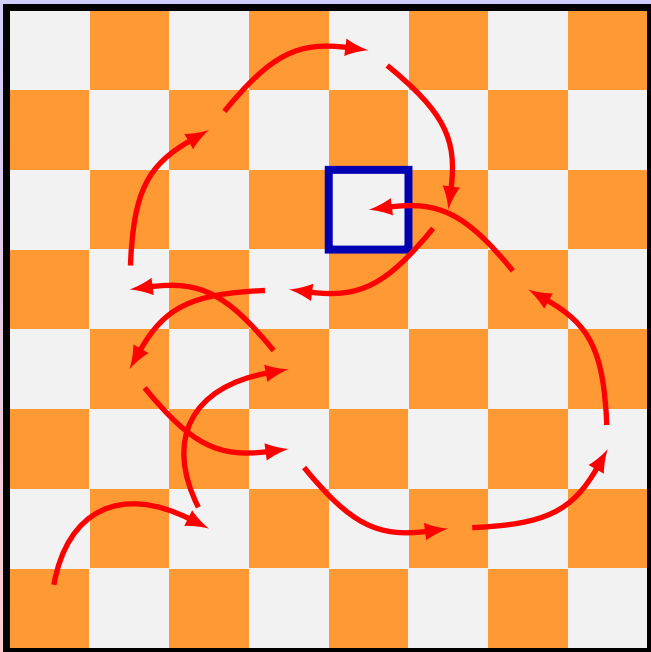
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



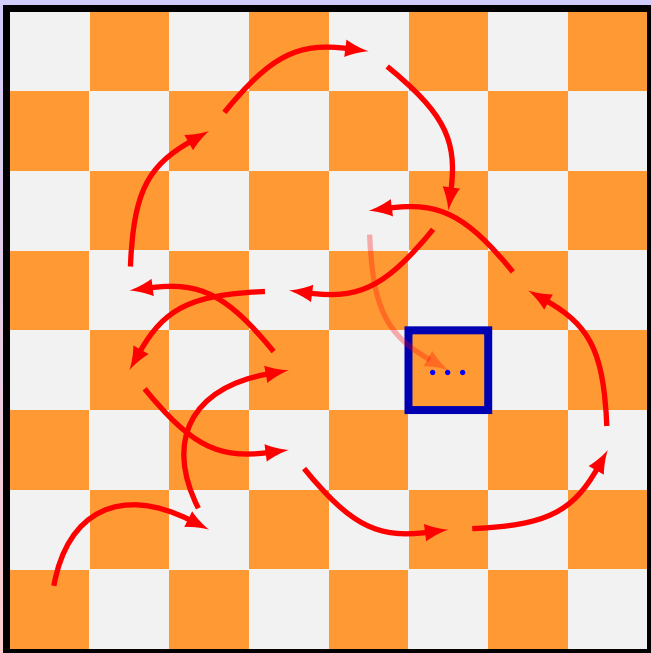
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



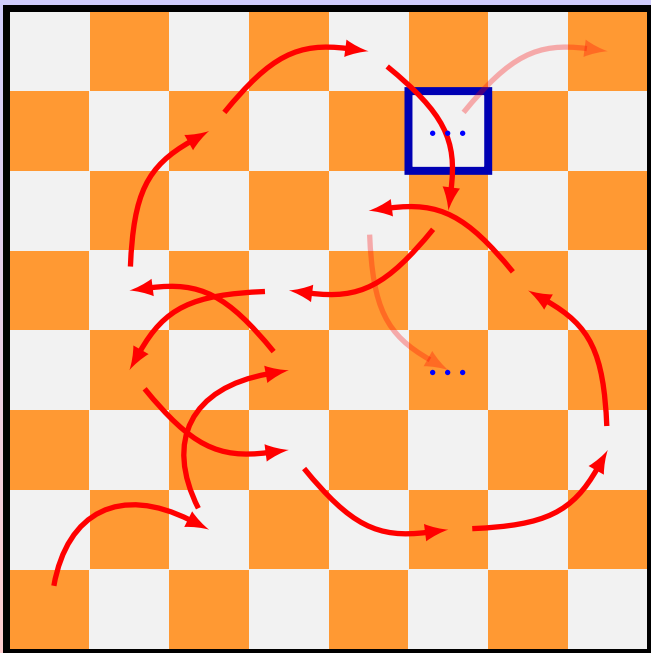
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



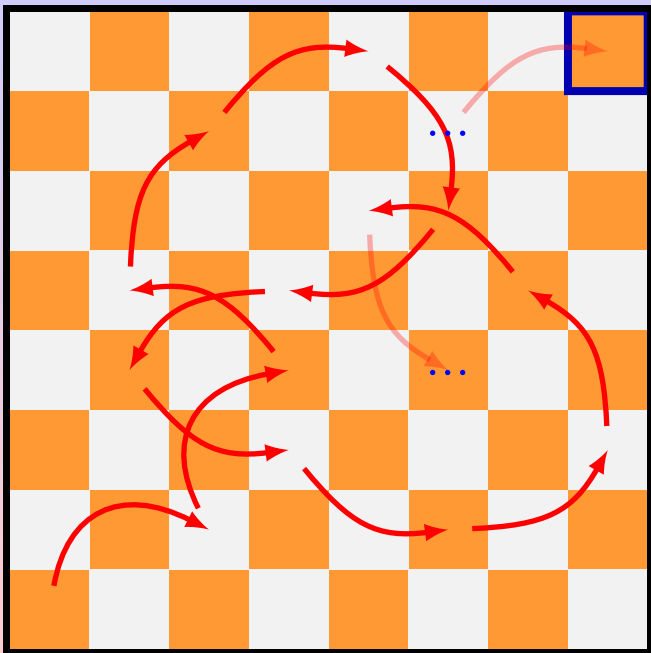
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



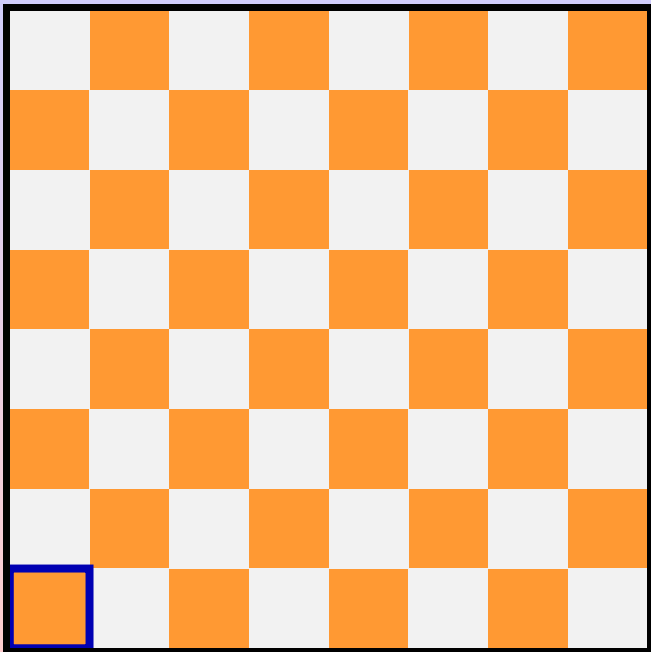
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

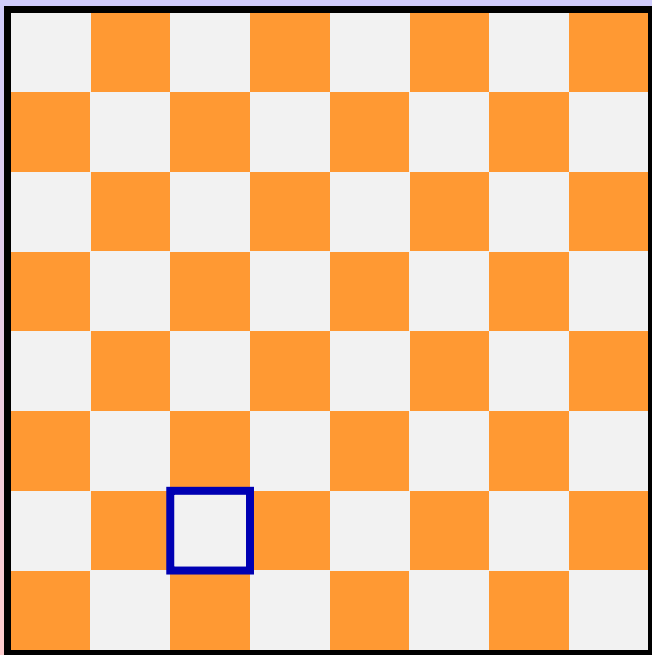


Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.



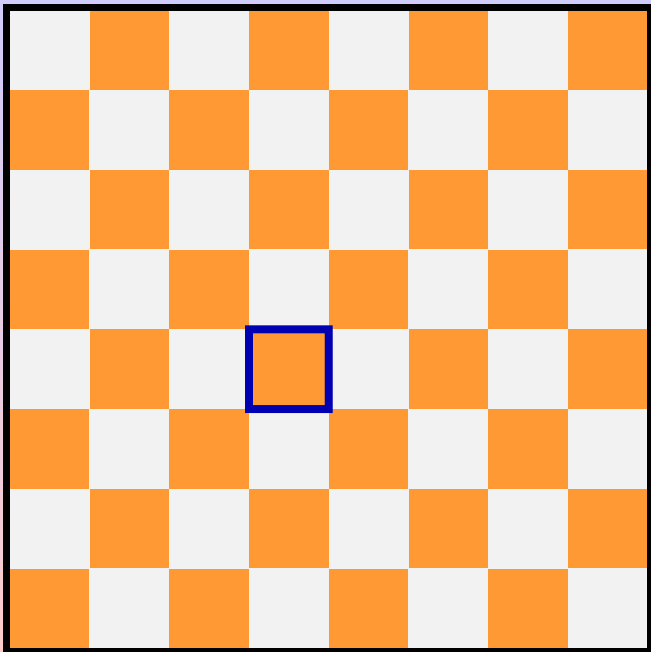
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

Togliamo anche le frecce.

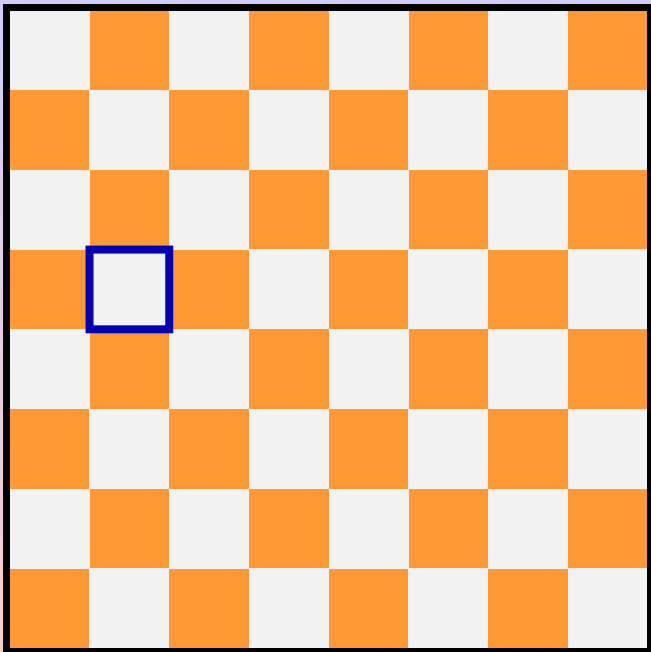


Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

Togliamo anche le frecce.



Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.
Togliamo anche le frecce.

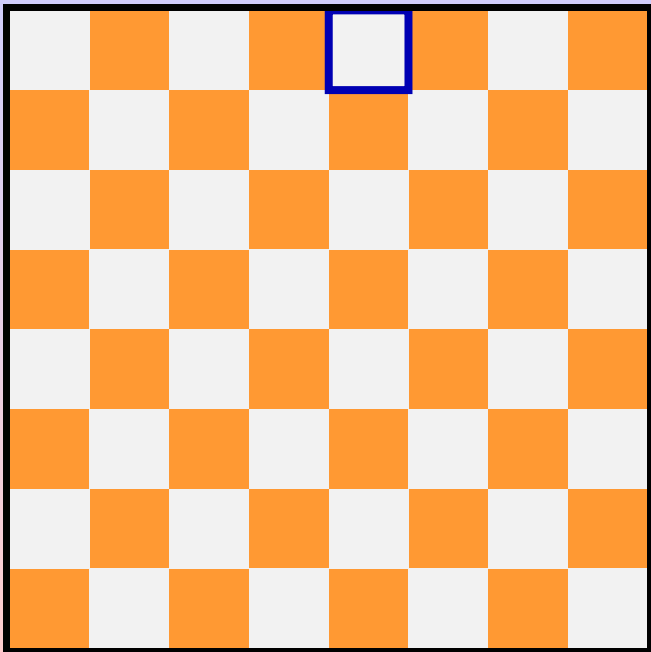


Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

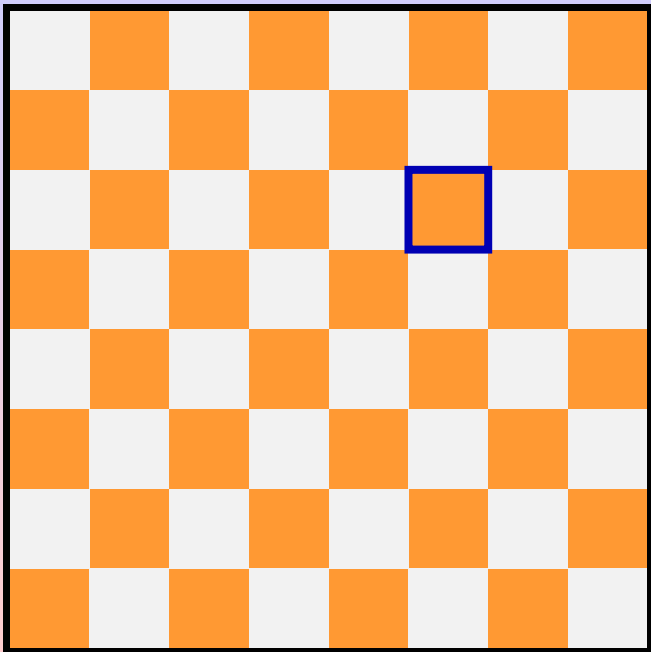
Togliamo anche le frecce.



Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.
Togliamo anche le frecce.

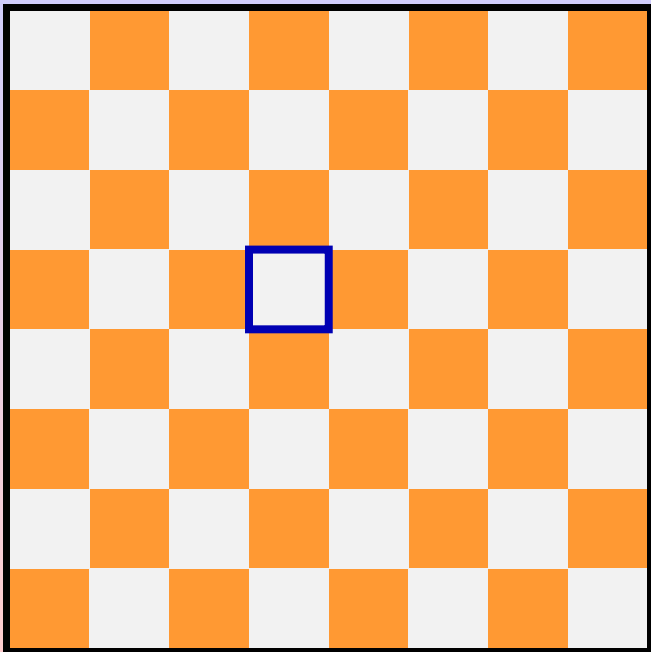


Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.
Togliamo anche le frecce.



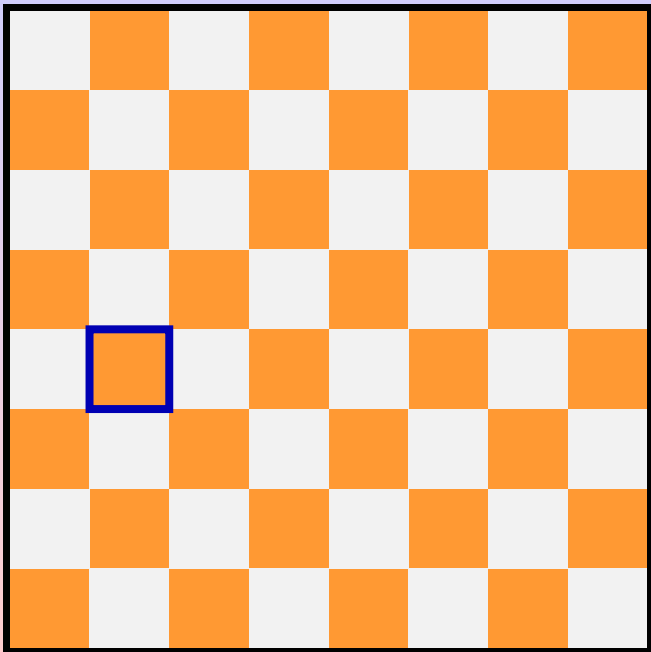
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

Togliamo anche le frecce.



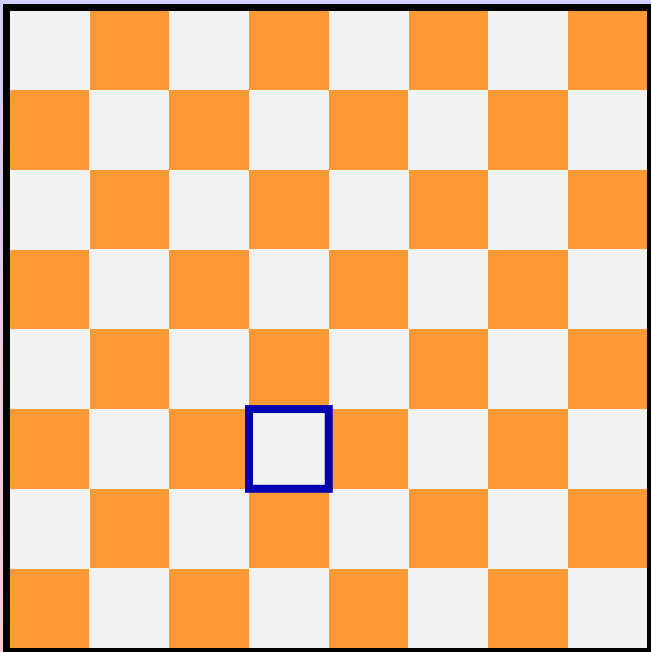
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

Togliamo anche le frecce.



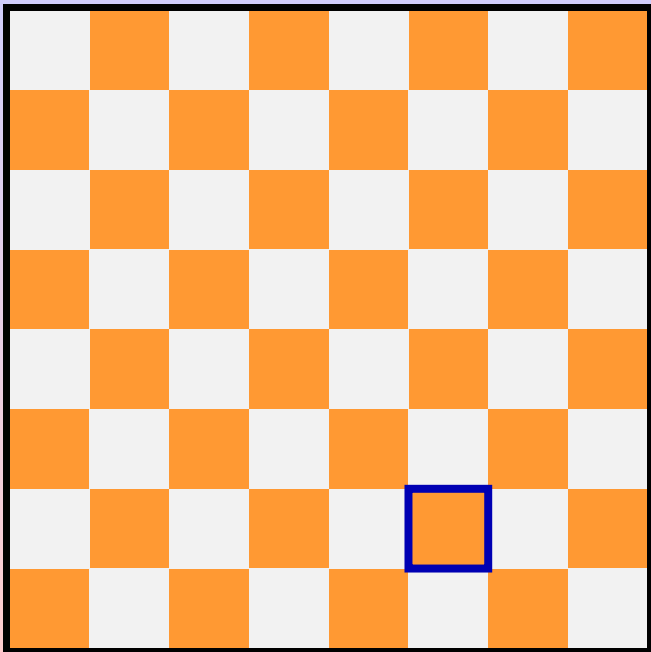
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

Togliamo anche le frecce.



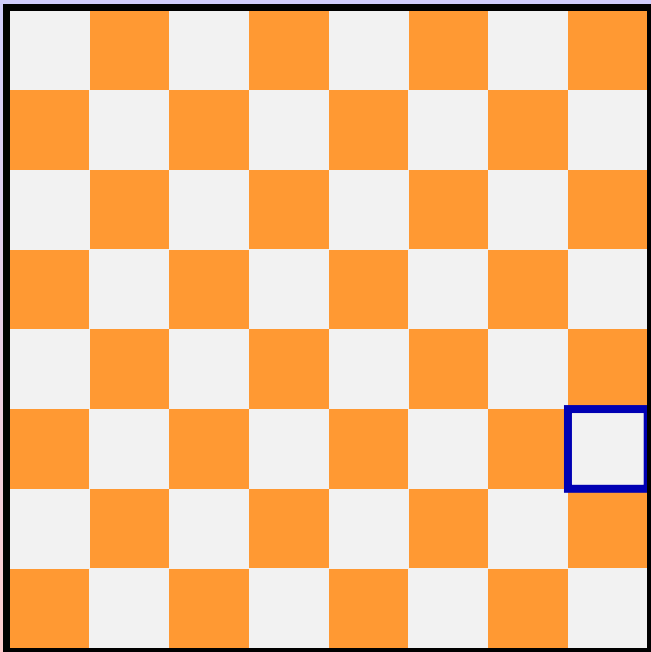
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

Togliamo anche le frecce.



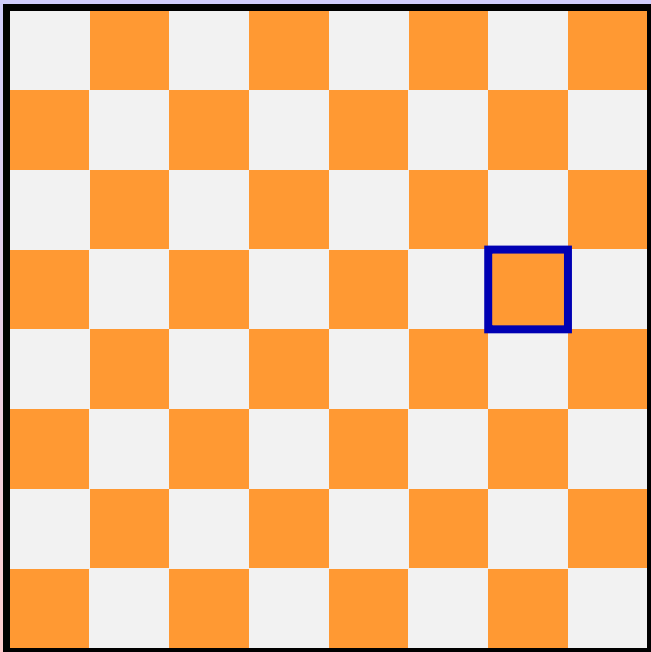
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

Togliamo anche le frecce.



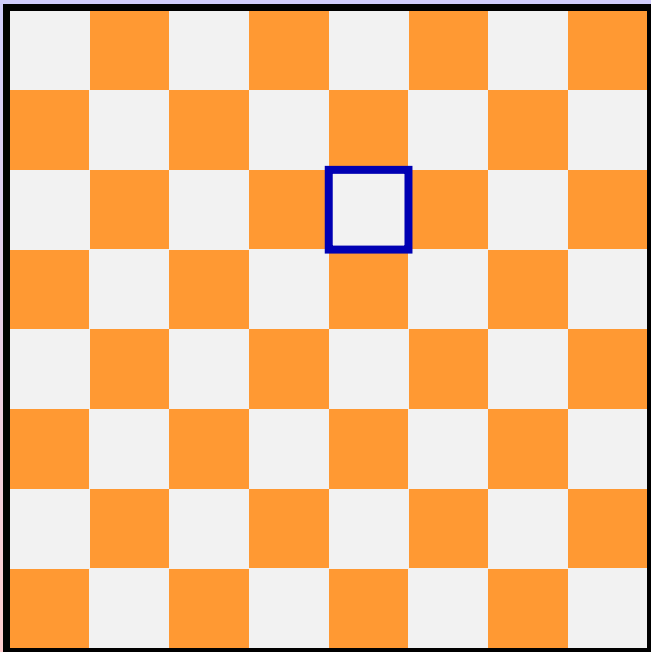
Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

Togliamo anche le frecce.

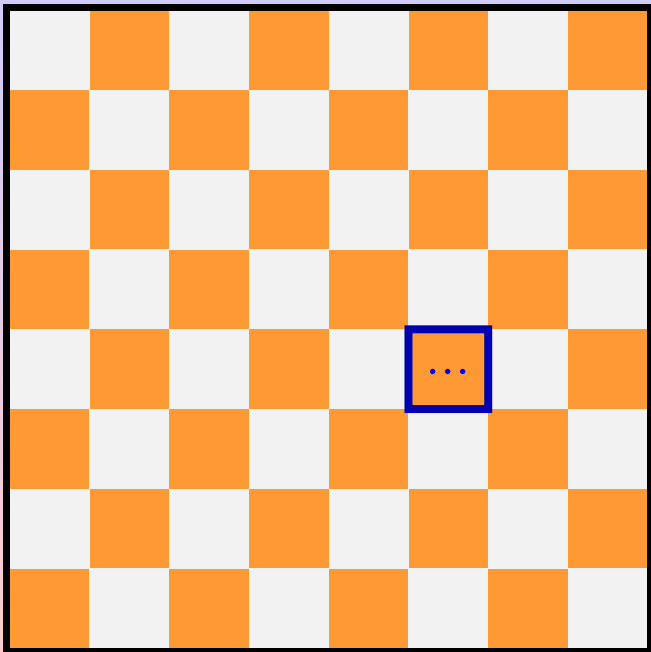


Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

Togliamo anche le frecce.

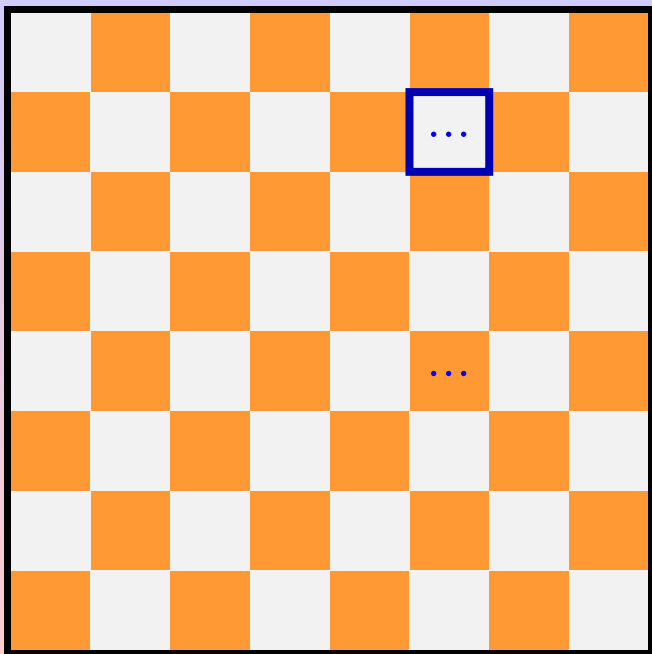


Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.
Togliamo anche le frecce.

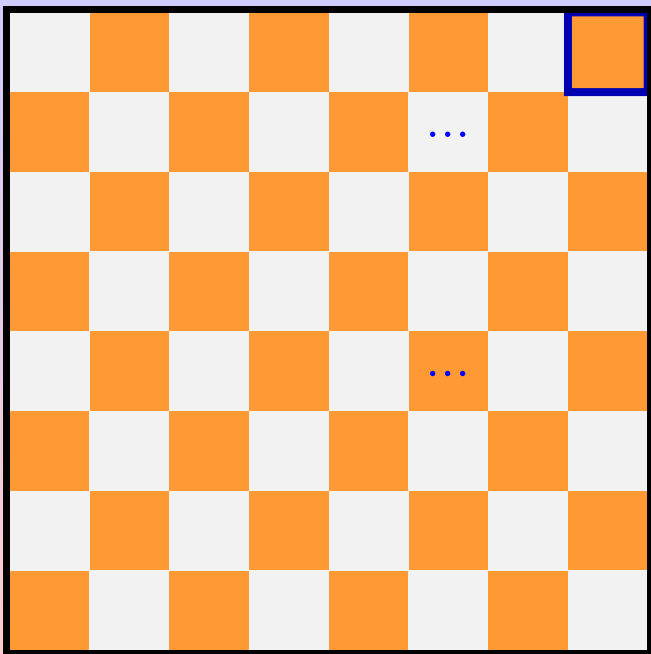


Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.

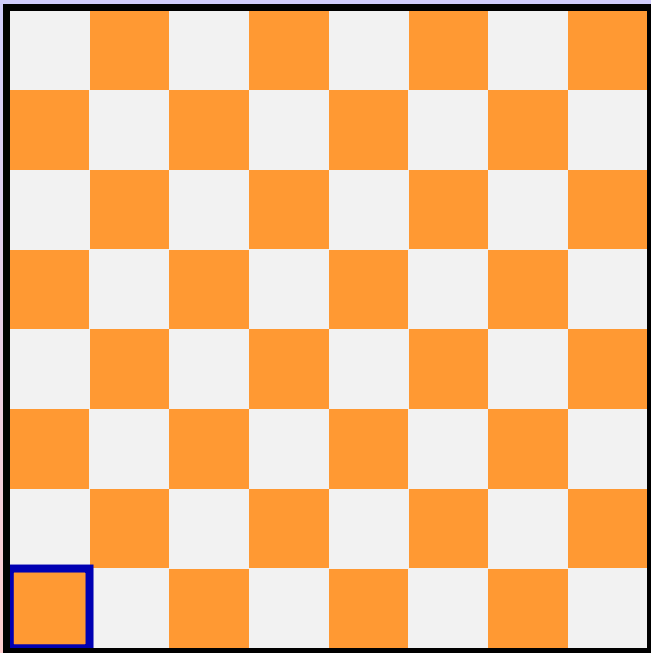
Togliamo anche le frecce.



Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.
Togliamo anche le frecce.

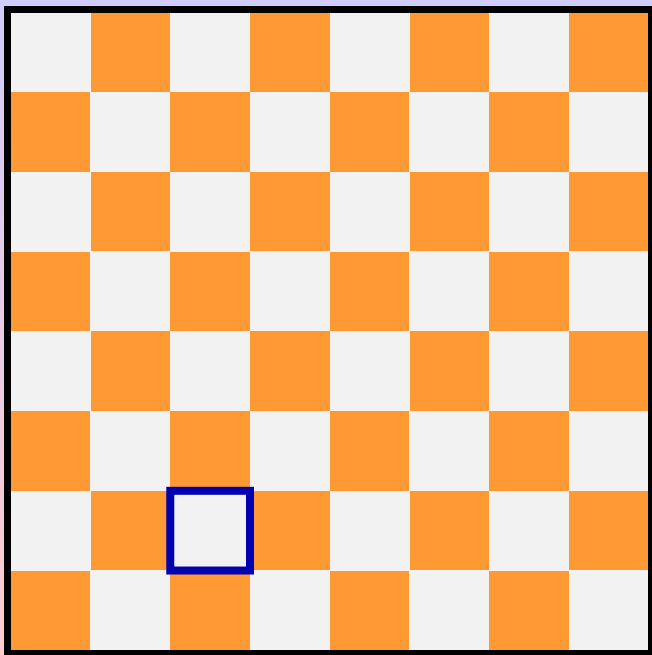


Cerchiamo di trovare qualche proprietà del nostro problema, “alleggerendo” la figura... togliamo il cavallo e guardiamo solo alle caselle “toccate”.
Togliamo anche le frecce.



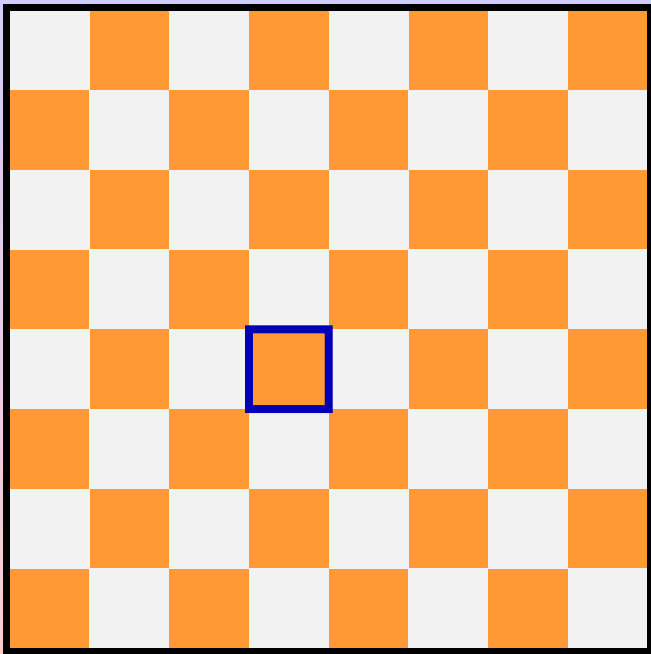
Guardiamo il colore delle caselle “toccate”, mossa per mossa.





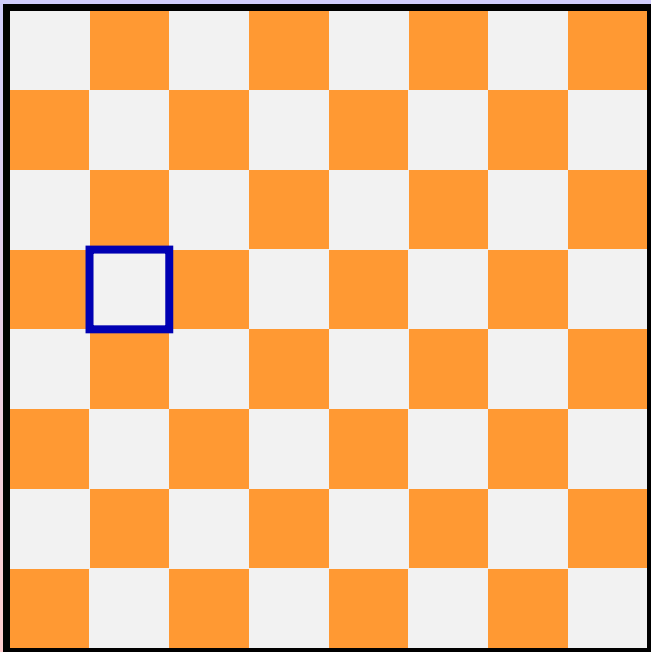
Guardiamo il colore delle caselle “toccate”, mossa per mossa.





Guardiamo il colore delle caselle "toccate", mossa per mossa.





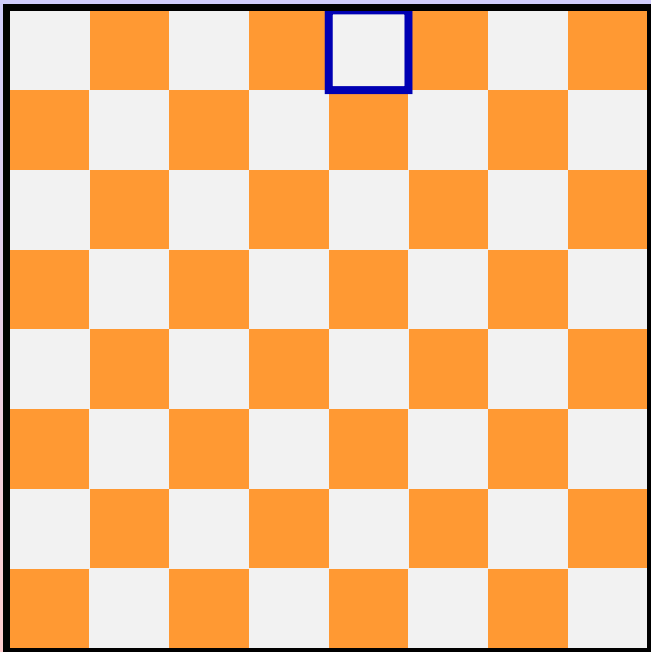
Guardiamo il colore delle caselle "toccate", mossa per mossa.





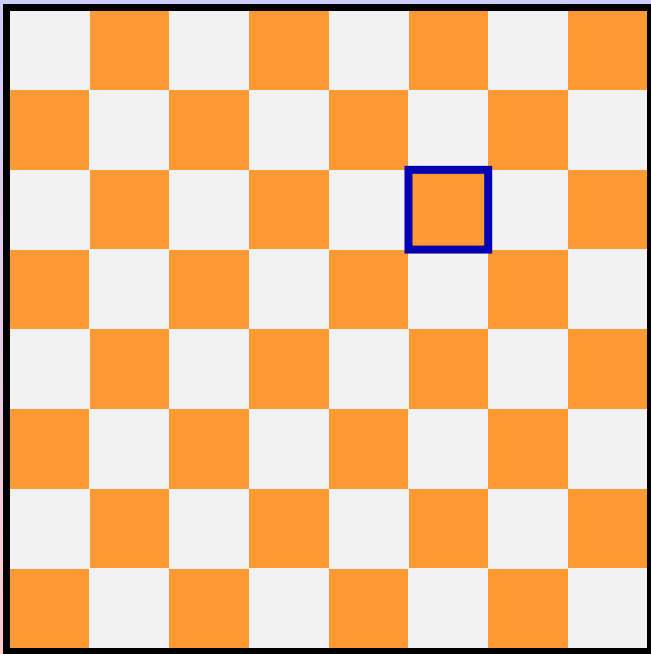
Guardiamo il colore delle caselle “toccate”, mossa per mossa.





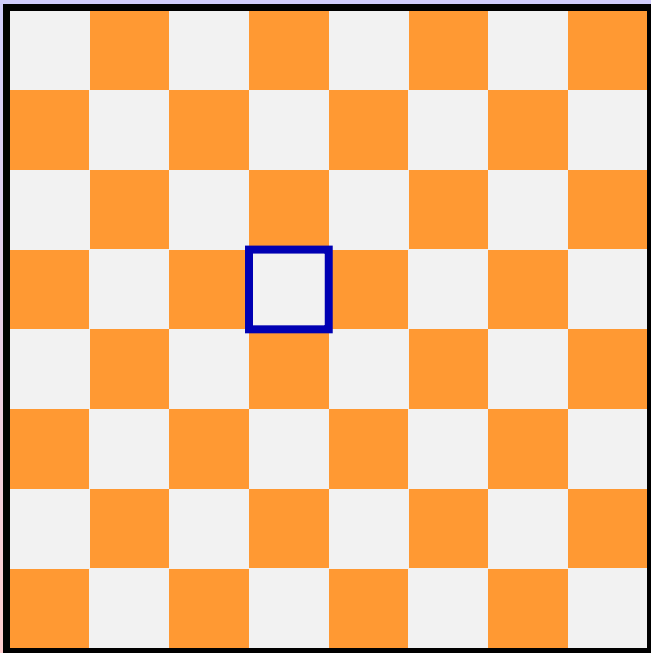
Guardiamo il colore delle caselle "toccate", mossa per mossa.





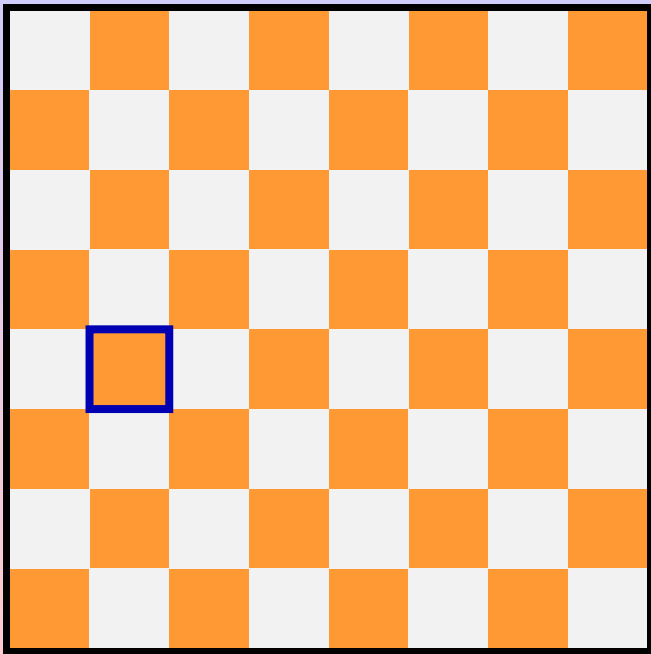
Guardiamo il colore delle caselle "toccate", mossa per mossa.





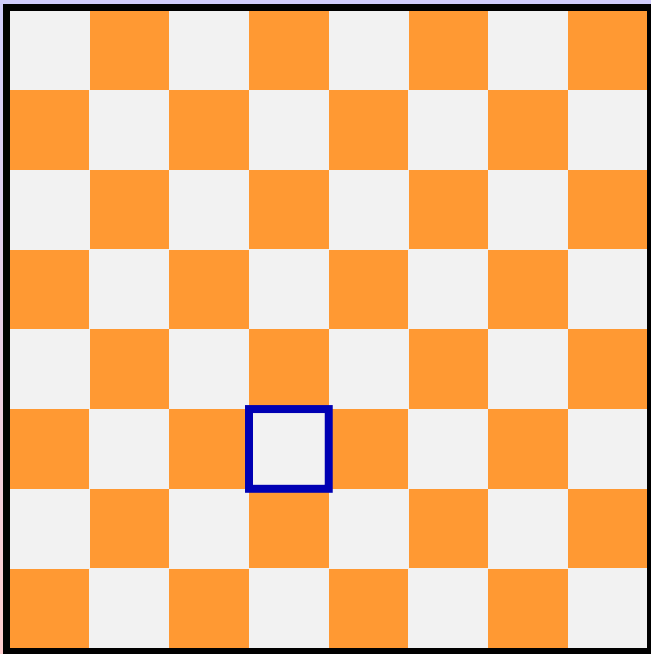
Guardiamo il colore delle caselle "toccate", mossa per mossa.





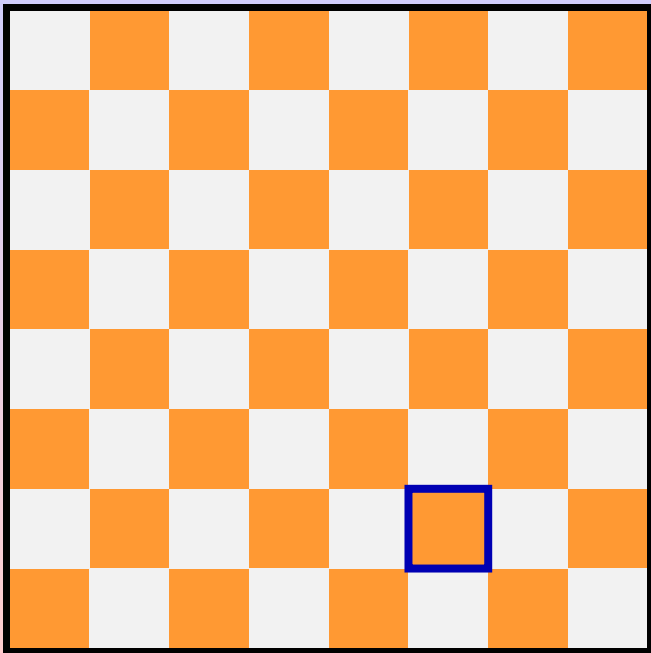
Guardiamo il colore delle caselle "toccate", mossa per mossa.





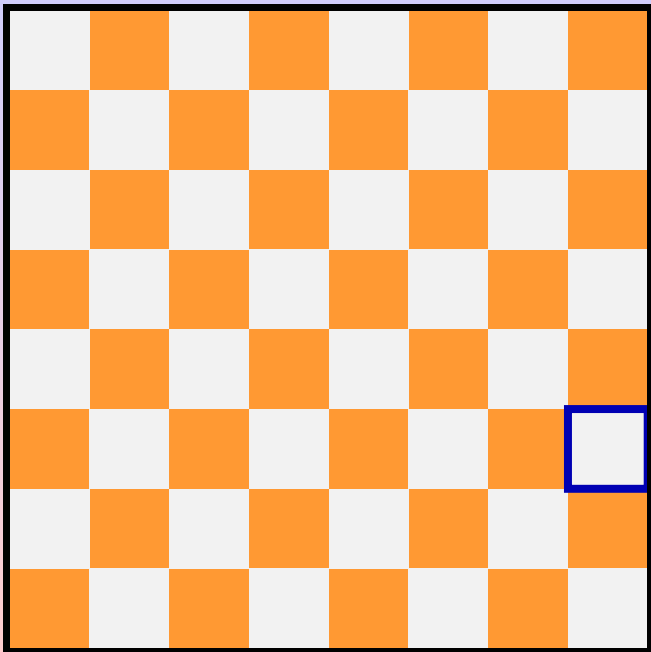
Guardiamo il colore delle caselle "toccate", mossa per mossa.





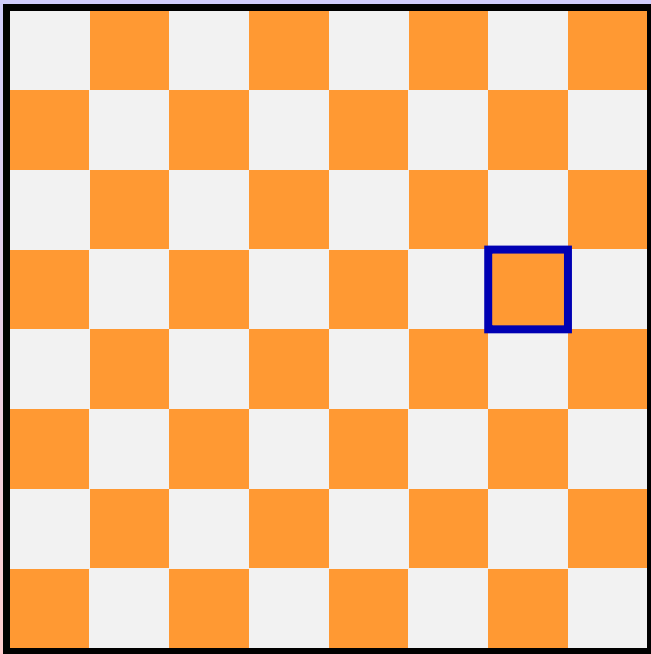
Guardiamo il colore delle caselle “toccate”, mossa per mossa.





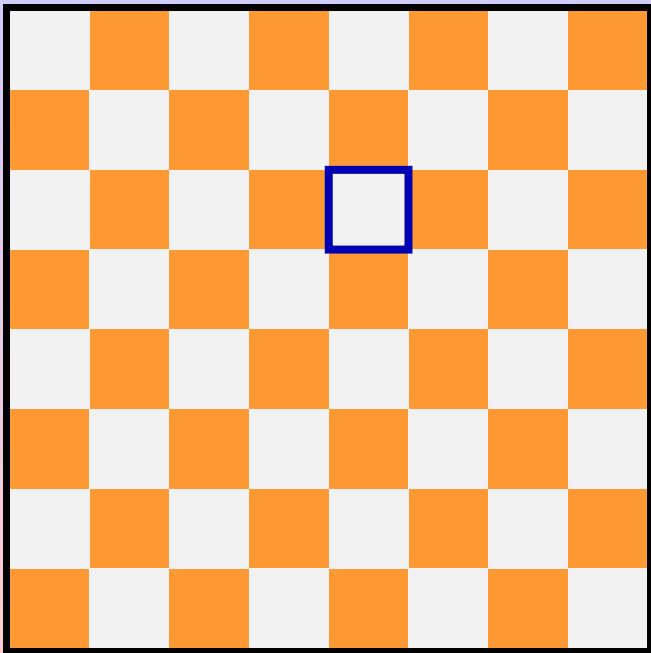
Guardiamo il colore delle caselle "toccate", mossa per mossa.





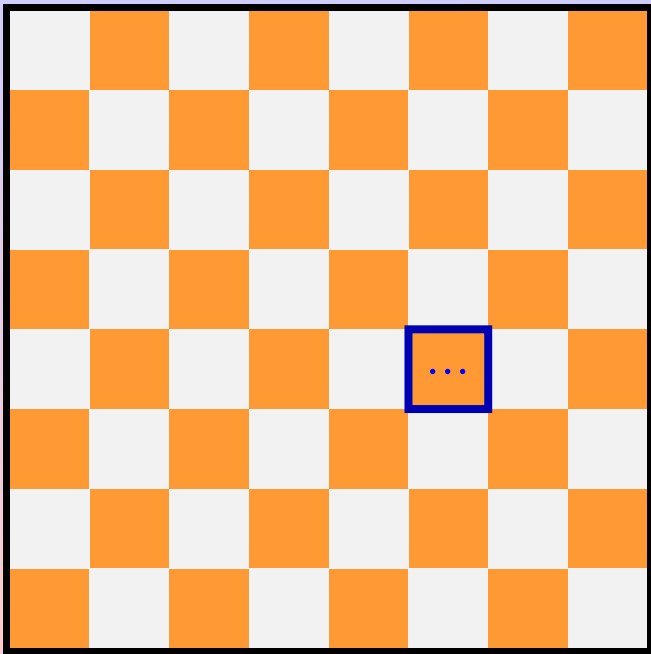
Guardiamo il colore delle caselle “toccate”, mossa per mossa.





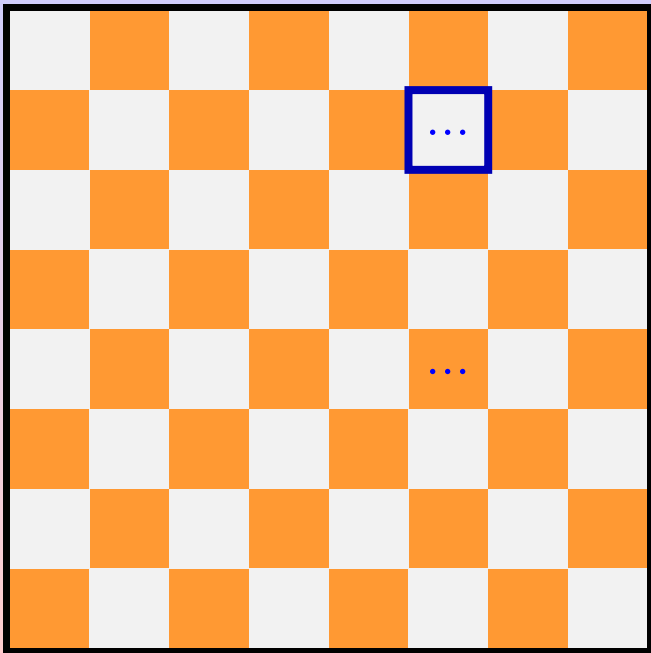
Guardiamo il colore delle caselle "toccate", mossa per mossa.





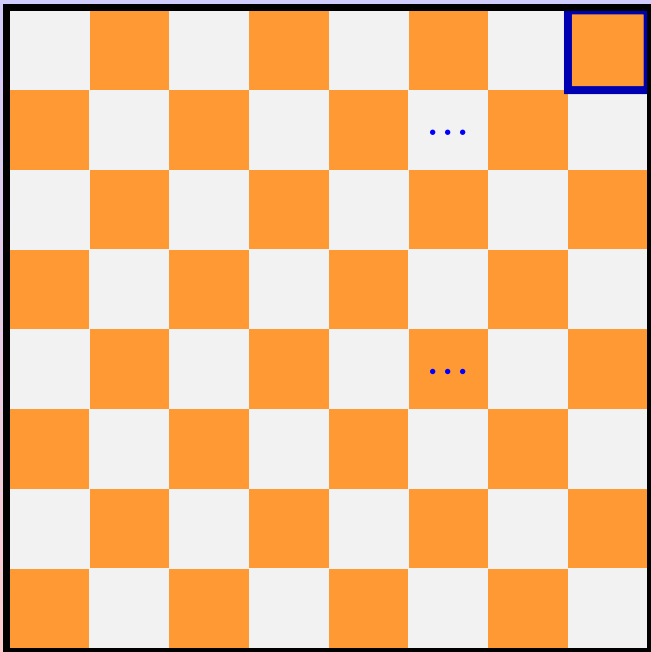
Guardiamo il colore delle caselle “toccate”, mossa per mossa.





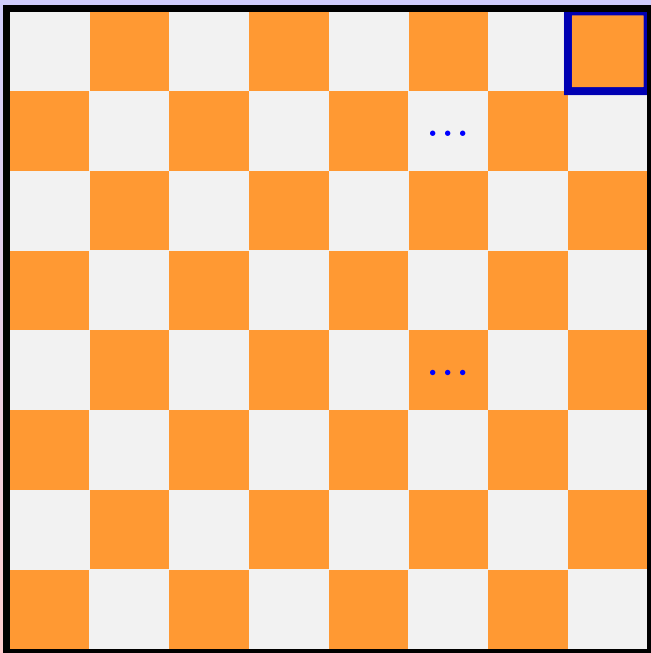
Guardiamo il colore delle caselle “toccate”, mossa per mossa.





Guardiamo il colore delle caselle “toccate”, mossa per mossa.

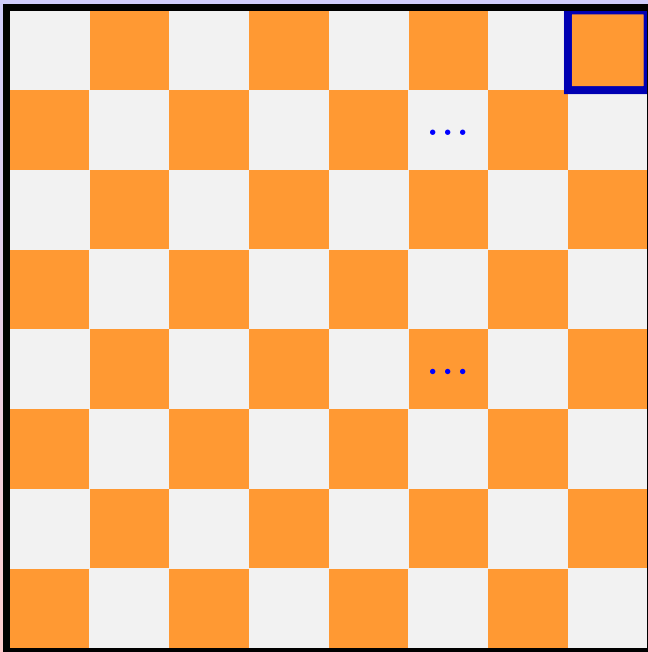




Guardiamo il colore delle caselle “toccate”, mossa per mossa.

Ad ogni mossa si cambia “colore”.



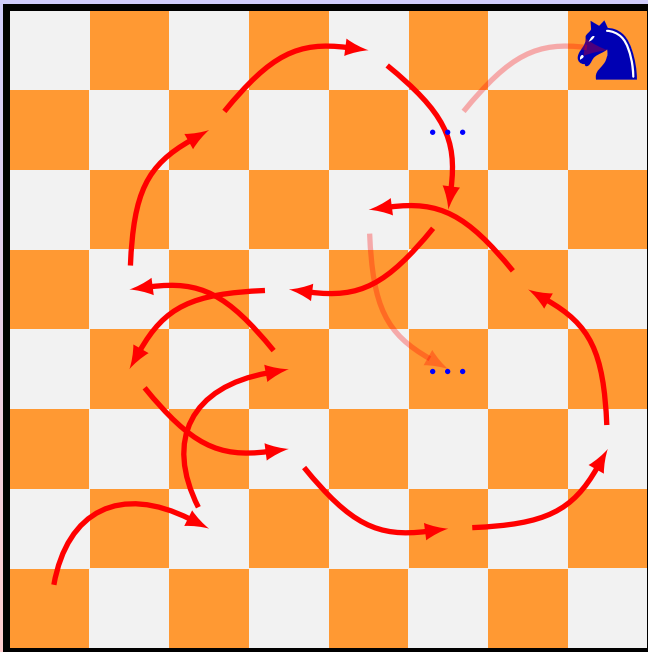


Guardiamo il colore delle caselle "toccate", mossa per mossa.

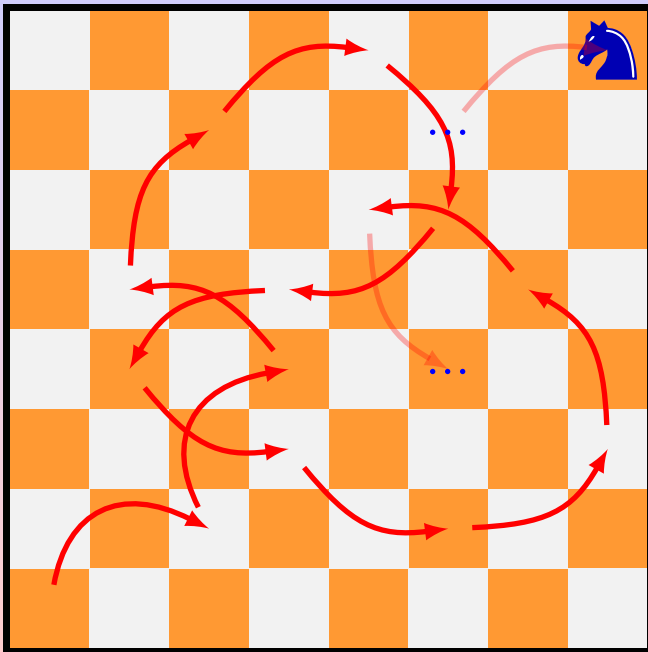
Ad ogni mossa si cambia "colore".

**Alle mosse dispari, siamo sul bianco.
Alle mosse pari, siamo sull'arancione.**





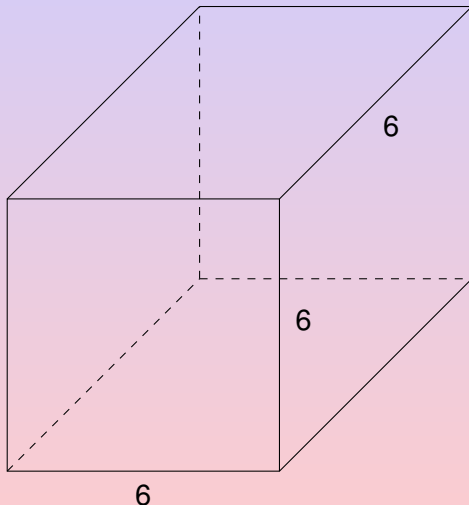
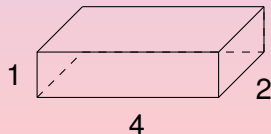
Per completare il suo "giro" il cavallo deve fare 63 mosse, dunque all'ultima, la 63esima, sarà su una casella bianca. Quindi la nostra richiesta che il cavallo termini nell'angolo opposto a quello iniziale, che è arancione, non si può soddisfare.



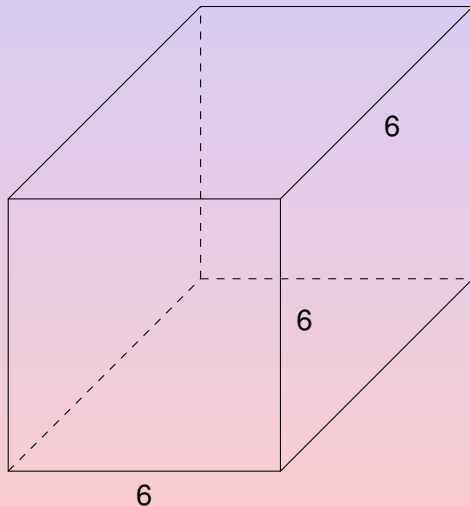
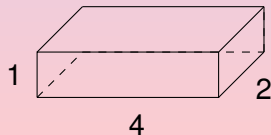
Per completare il suo "giro" il cavallo deve fare 63 mosse, dunque all'ultima, la 63esima, sarà su una casella bianca. Quindi la nostra richiesta che il cavallo termini nell'angolo opposto a quello iniziale, che è arancione, non si può soddisfare.

Non esiste il percorso cercato!

Vorremmo "costruire" un cubo di lato 6 con dei cubetti $1 \times 2 \times 4$ come nella figura.

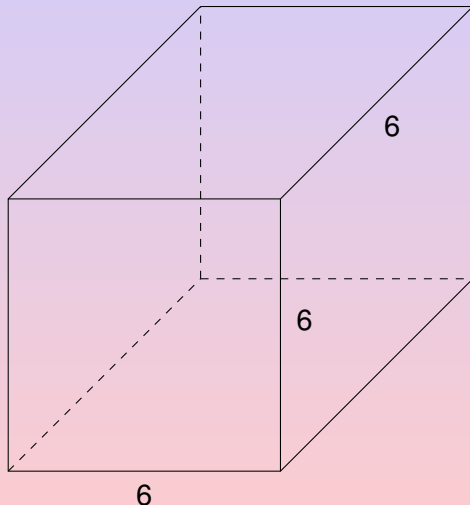
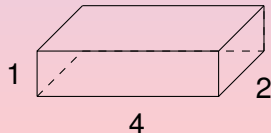


Vorremmo "costruire" un cubo di lato 6 con dei cubetti $1 \times 2 \times 4$ come nella figura. Ce ne vogliono 27.



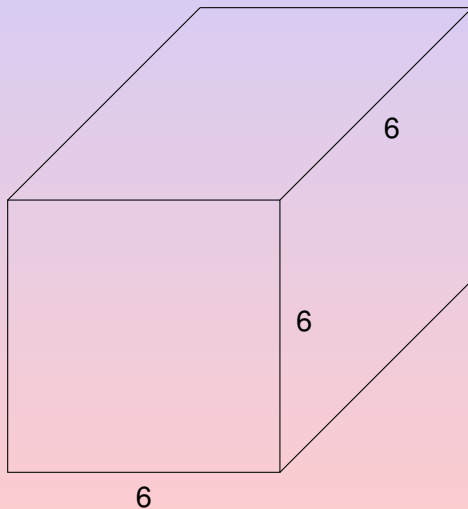
Vorremmo "costruire" un cubo di lato 6 con dei cubetti $1 \times 2 \times 4$ come nella figura. Ce ne vogliono 27.

Si può fare?



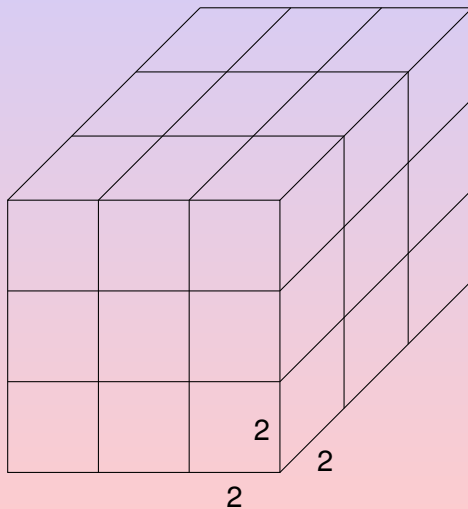
Vorremmo "costruire" un cubo di lato 6 con dei cubetti $1 \times 2 \times 4$ come nella figura. Ce ne vogliono 27.

Si può fare?



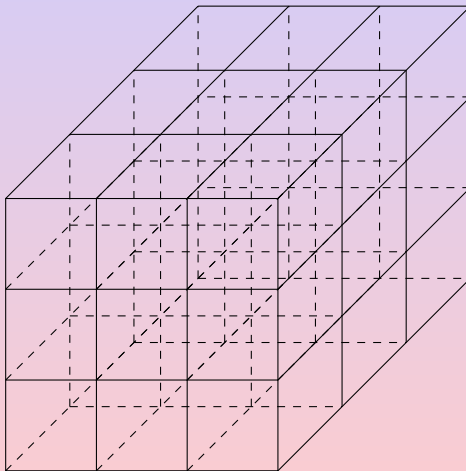
Vorremmo "costruire" un cubo di lato 6 con dei cubetti $1 \times 2 \times 4$ come nella figura. Ce ne vogliono 27.

Si può fare?



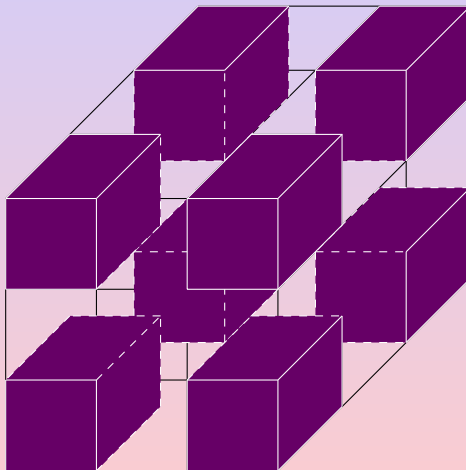
Vorremmo "costruire" un cubo di lato 6 con dei cubetti $1 \times 2 \times 4$ come nella figura. Ce ne vogliono 27.

Si può fare?



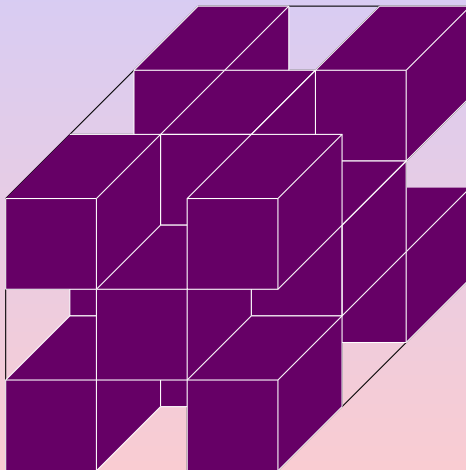
Vorremmo "costruire" un cubo di lato 6 con dei cubetti $1 \times 2 \times 4$ come nella figura. Ce ne vogliono 27.

Si può fare?

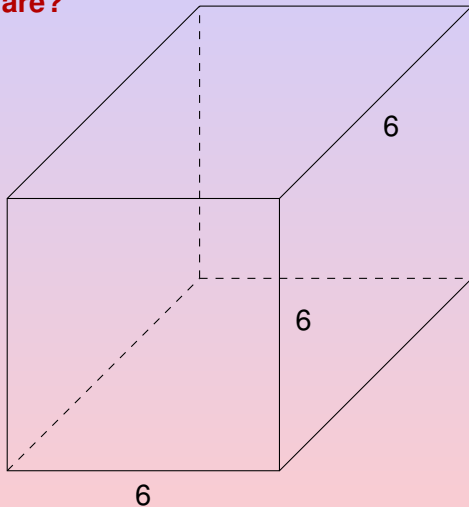
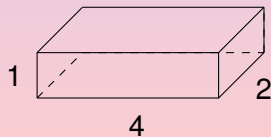


Vorremmo "costruire" un cubo di lato 6 con dei cubetti $1 \times 2 \times 4$ come nella figura. Ce ne vogliono 27.

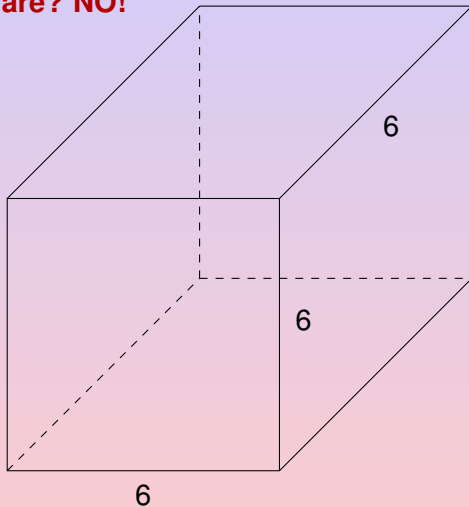
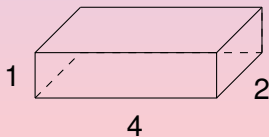
Si può fare?



Vorremmo "costruire" un cubo di lato 6 con 27 cubetti $1 \times 2 \times 4$ come nella figura. **Si può fare?**

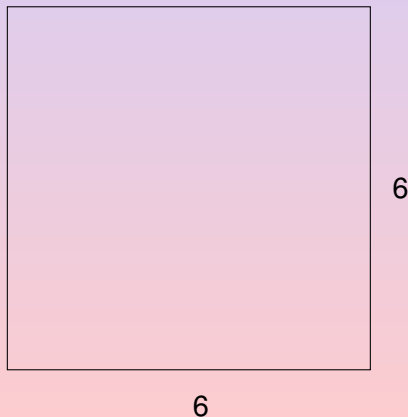
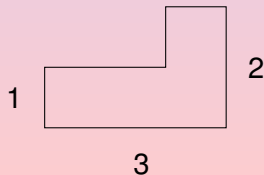


Vorremmo "costruire" un cubo di lato 6 con 27 cubetti $1 \times 2 \times 4$ come nella figura. **Si può fare? NO!**



Un esercizio per voi

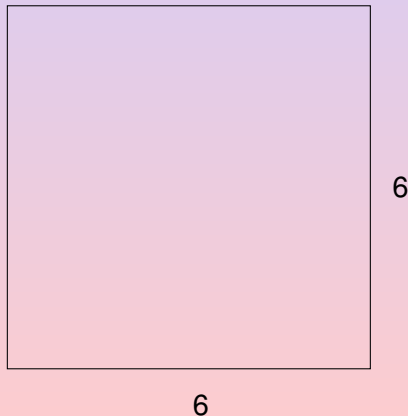
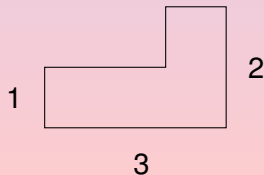
Vorremmo "costruire" un quadrato di lato 6 con delle tesserine a L, come nella figura.



Un esercizio per voi

Vorremmo "costruire" un quadrato di lato 6 con delle tesserine a L, come nella figura. Ce ne vogliono 9.

Si può fare?



Superfici – Esempi

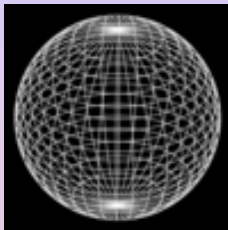
Superfici – Esempi

Sfera



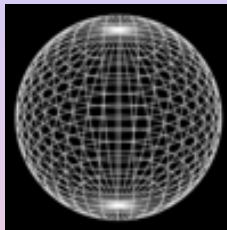
Superfici – Esempi

Sfera



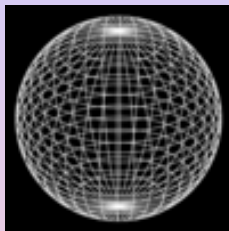
Superfici – Esempi

Sfera

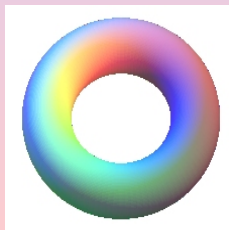


Superfici – Esempi

Sfera

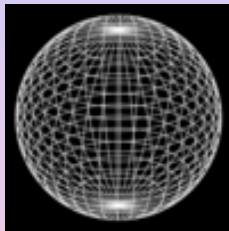


Toro

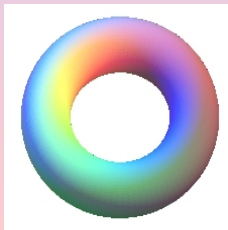


Superfici – Esempi

Sfera

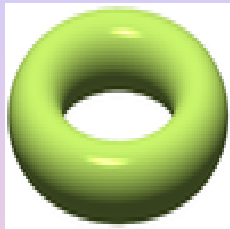


Toro

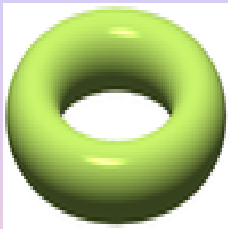


Superfici – Esempi

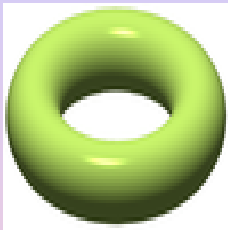
Superfici – Esempi



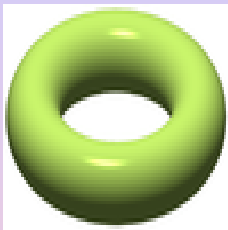
Superfici – Esempi



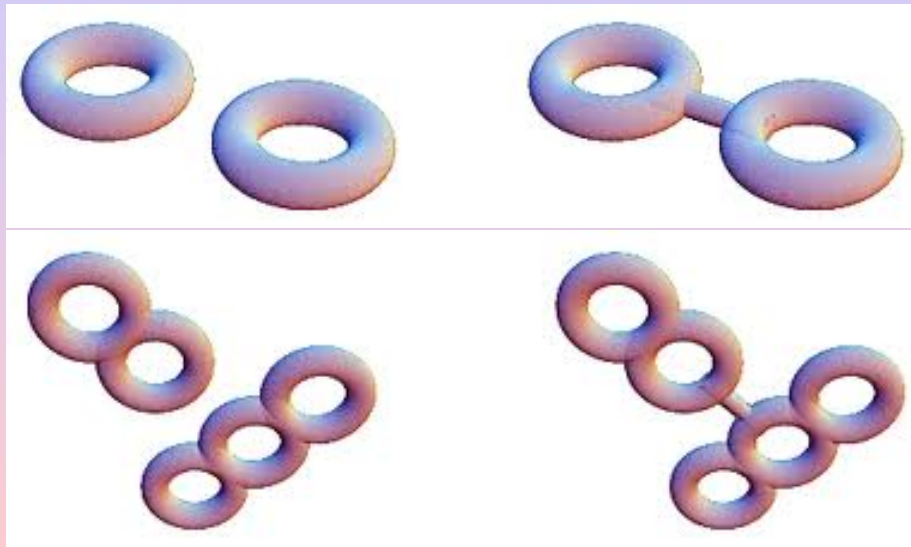
Superfici – Esempi



Superfici – Esempi

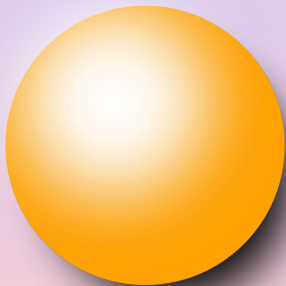


Superfici – Esempi

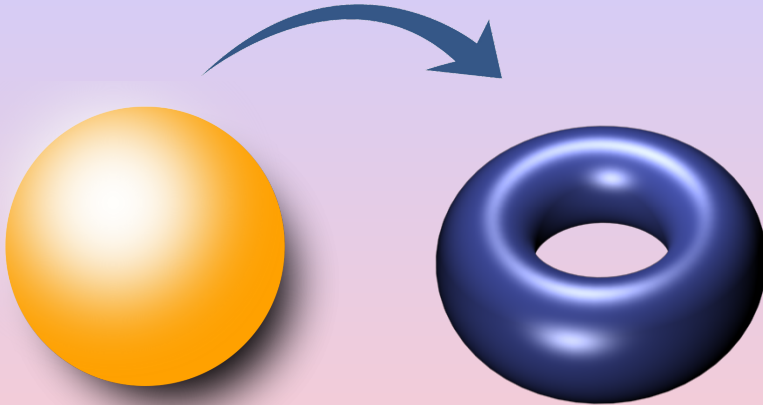


Si può deformare una sfera in un toro?

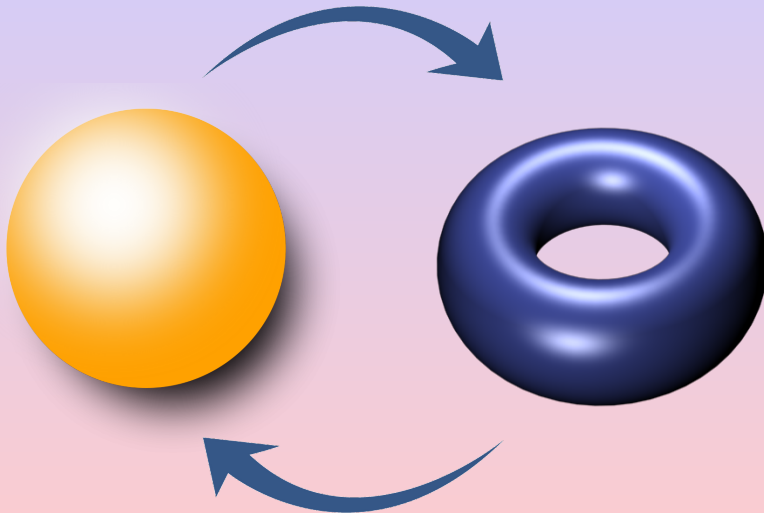
Si può deformare una sfera in un toro?



Si può deformare una sfera in un toro?



Si può deformare una sfera in un toro?

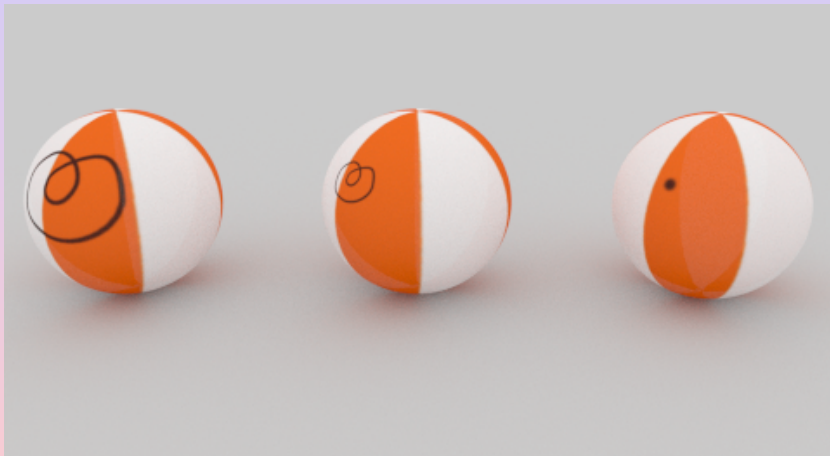


Si può deformare una sfera in un toro?

Ogni laccio sulla sfera si può “sfilare” senza tagliarlo.

Si può deformare una sfera in un toro?

Ogni laccio sulla sfera si può “sfilare” senza tagliarlo.



Questo è equivalente a dire che ogni laccio si può deformare a un punto, rimanendo sulla superficie.

Si può deformare una sfera in un toro?

Il toro non ha questa proprietà.

Si può deformare una sfera in un toro?

Il toro non ha questa proprietà.



Per “sfilare” o deformare a un punto il laccio disegnato sopra, ad esempio, bisogna tagliarlo.

Si può deformare una sfera in un toro?

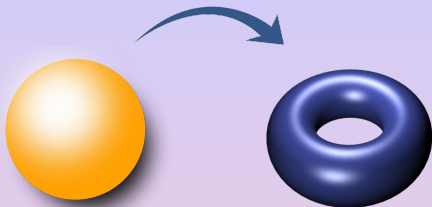
Il toro non ha questa proprietà.



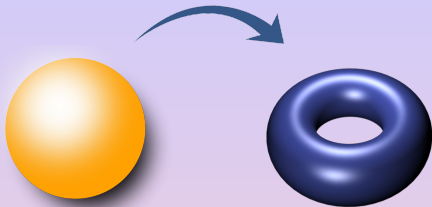
Per “sfilare” o deformare a un punto il laccio disegnato sopra, ad esempio, bisogna tagliarlo.



Si può deformare una sfera in un toro?

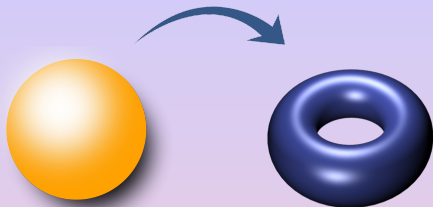


Si può deformare una sfera in un toro?



La risposta è NO!

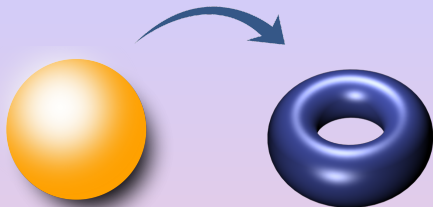
Si può deformare una sfera in un toro?



La risposta è NO!

È facile convincersi che la proprietà che tutti i lacci si possano sfilare dalla superficie si mantiene per deformazione (senza tagli). **La sfera ce l'ha e il toro NO, dunque non si possono deformare uno nell'altro.**

Si può deformare una sfera in un toro?



La risposta è NO!

È facile convincersi che la proprietà che tutti i lacci si possano sfilare dalla superficie si mantiene per deformazione (senza tagli). **La sfera ce l'ha e il toro NO, dunque non si possono deformare uno nell'altro.**

Di nuovo abbiamo un *invariante* del “sistema” che stiamo considerando, dove in questo caso le “mosse” sono le deformazioni.

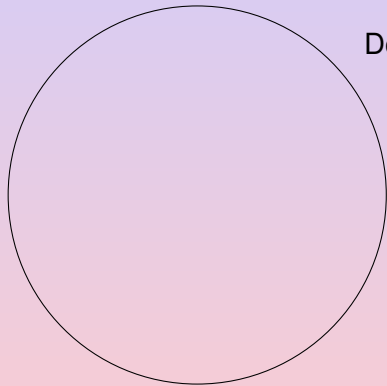
Poincaré e la Topologia



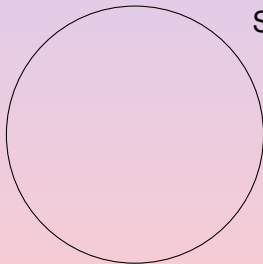
Sebbene vari risultati che oggi chiamiamo “topologici” erano stati trovati in precedenza, è con Henri Poincaré (1854–1912), *l'ultimo universalista*, che la topologia (*Analysis Situs*) assume una forma moderna.

In particolare, per le superfici o per spazi più complessi, Poincaré introduce il concetto fondamentale di *semplice connessione* che è esattamente la proprietà che tutti i lacci si possano deformare a un punto.

Mamma Benedetta ha due figlie Anna e Maria che amano le crêpes, sia dolci che salate. È molto brava e riesce regolarmente a farle perfettamente circolari e di “altezza” uniforme, anche se non dello stesso raggio.

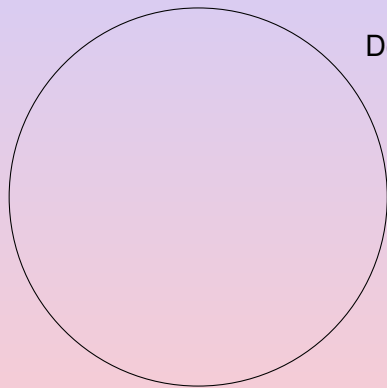


Dolce

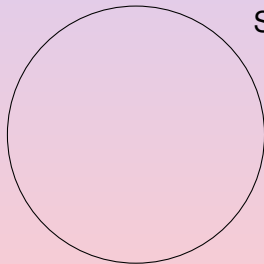


Salata

Mamma Benedetta ha due figlie Anna e Maria che amano le crêpes, sia dolci che salate. È molto brava e riesce regolarmente a farle perfettamente circolari e di “altezza” uniforme, anche se non dello stesso raggio.



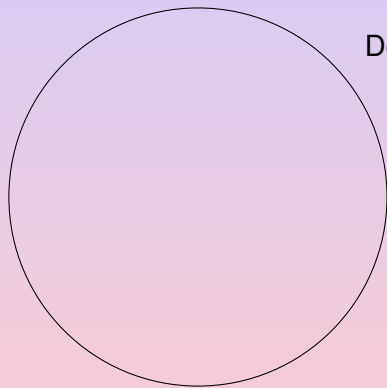
Dolce



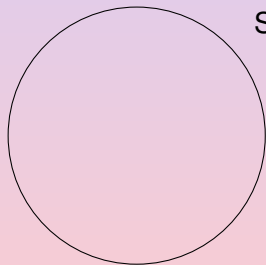
Salata

Una volta sul piatto, taglia le due crêpes in modo da dividere ognuna in *due parti della stessa quantità (area)*, per dare esattamente la stessa quantità di dolce e salata alle due figlie.

Benedetta, che conosce la matematica, sa che può farlo con un singolo taglio.



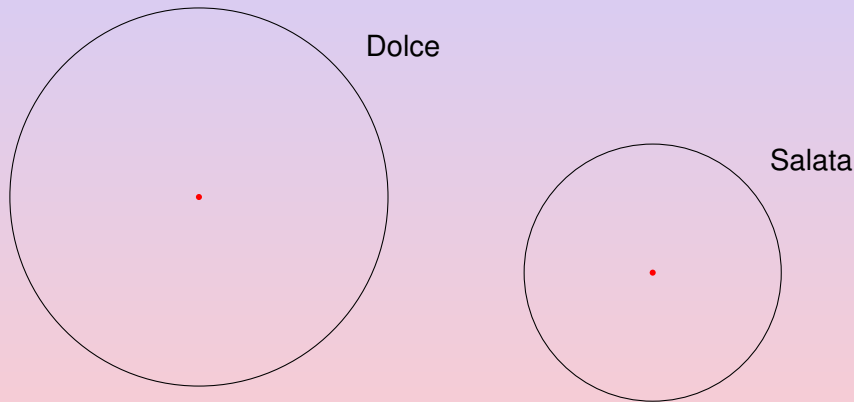
Dolce



Salata

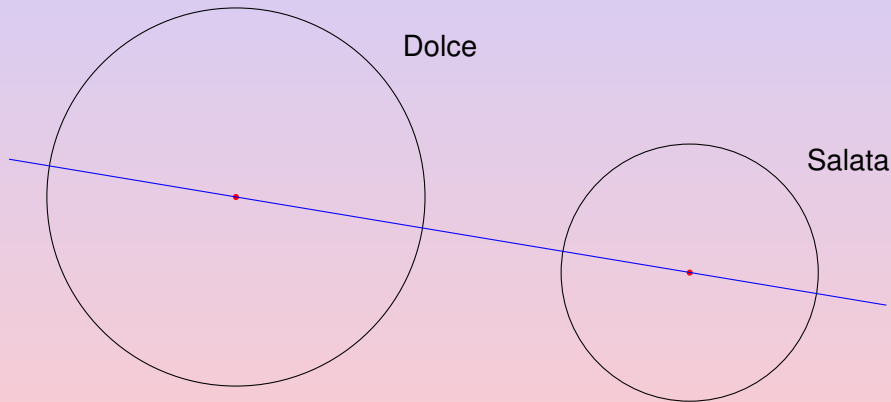
Una volta sul piatto, taglia le due crêpes in modo da dividere ognuna in *due parti della stessa quantità (area)*, per dare esattamente la stessa quantità di dolce e salata alle due figlie.

Benedetta, che conosce la matematica, sa che può farlo con un singolo taglio. Infatti, considerando (in rosso) i centri delle due circonferenze bordi delle crêpes



Una volta sul piatto, taglia le due crêpes in modo da dividere ognuna in *due parti della stessa quantità (area)*, per dare esattamente la stessa quantità di dolce e salata alle due figlie.

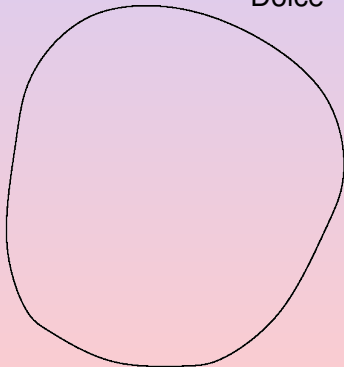
Benedetta, che conosce la matematica, sa che può farlo con un singolo taglio. Infatti, considerando (in rosso) i centri delle due circonferenze bordi delle crêpes e tracciando (in blu) la retta per tali centri, si ha ovviamente il taglio cercato.



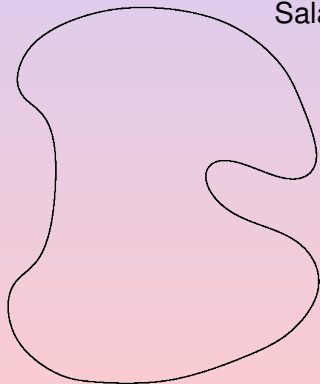
Una volta sul piatto, taglia le due crêpes in modo da dividere ognuna in *due parti della stessa quantità (area)*, per dare esattamente la stessa quantità di dolce e salata alle due figlie.

Un giorno, viene distratta nel farle e non le riescono circolari, ma un po' deformate (comunque sempre di "altezza" uniforme). Benedetta vuole sempre dividere ognuna di esse in **due parti della stessa area**, cosa che appare chiaramente più difficile che in precedenza.

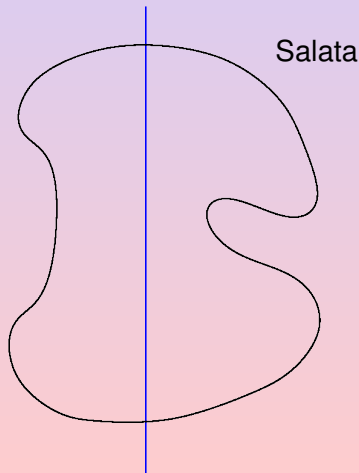
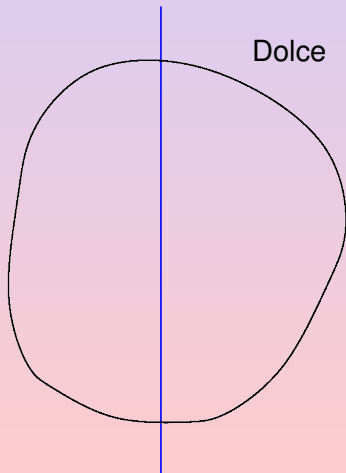
Dolce



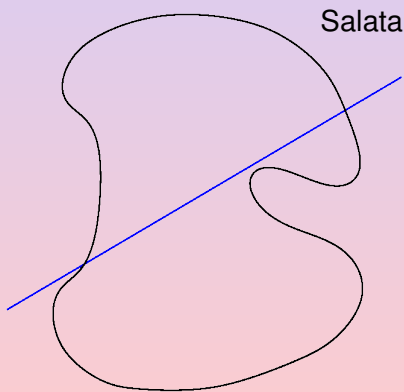
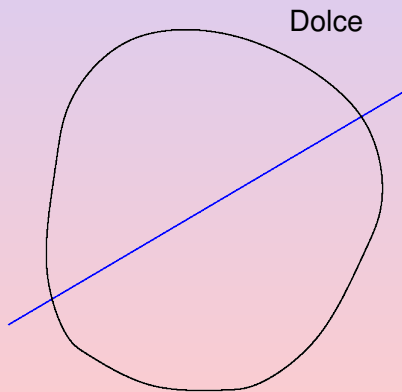
Salata



Abbiamo dunque trovato che c'è sempre un taglio verticale per ogni crêpe che la divide in due parti di stessa area.



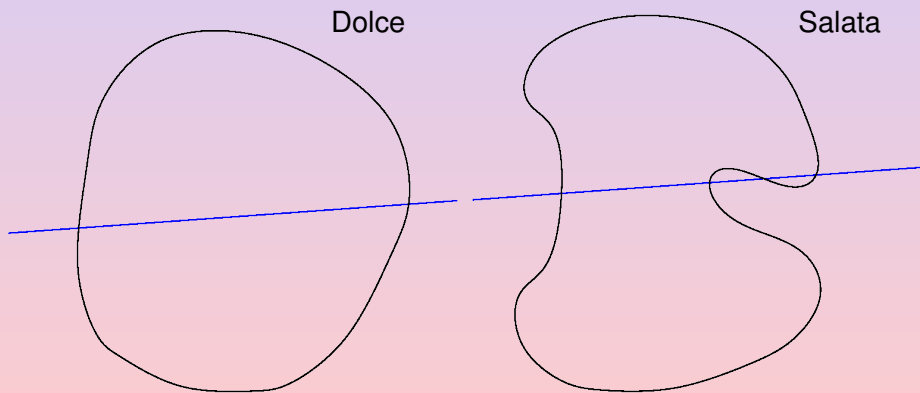
In realtà, con lo stesso ragionamento, concludiamo che c'è un tale taglio per qualunque "direzione" di taglio scegliamo.



A questo punto, risolto il primo problema, Benedetta si chiede se c'è un **singolo** taglio che divida ognuna delle due crêpe in due parti di stessa area (come per i due cerchi).

A questo punto, risolto il primo problema, Benedetta si chiede se c'è un **singolo** taglio che divida ognuna delle due crêpe in due parti di stessa area (come per i due cerchi).

La risposta è dunque SÌ!



Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?

Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?

Sembra una domanda da Settimana Enigmistica!

Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?

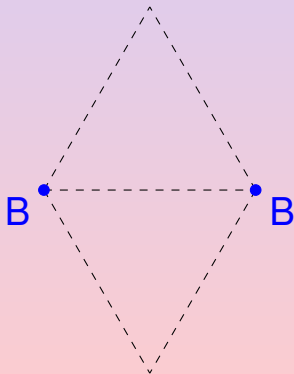
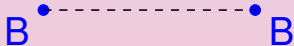
Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



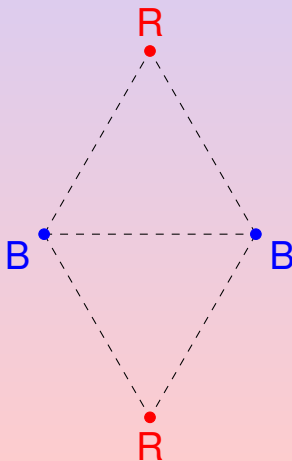
Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



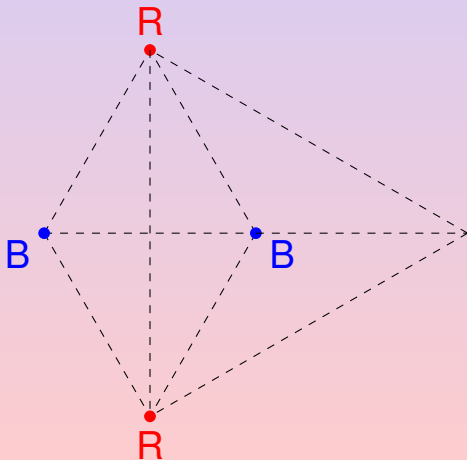
Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



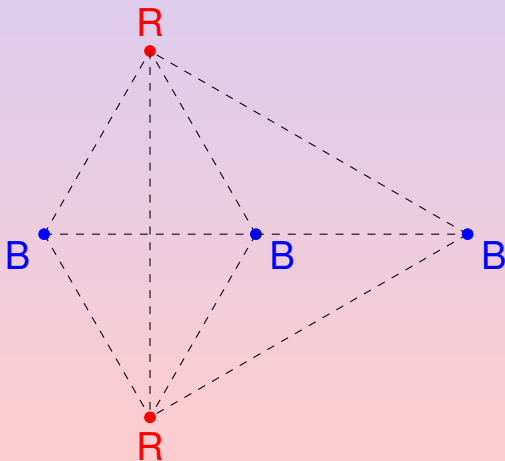
Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



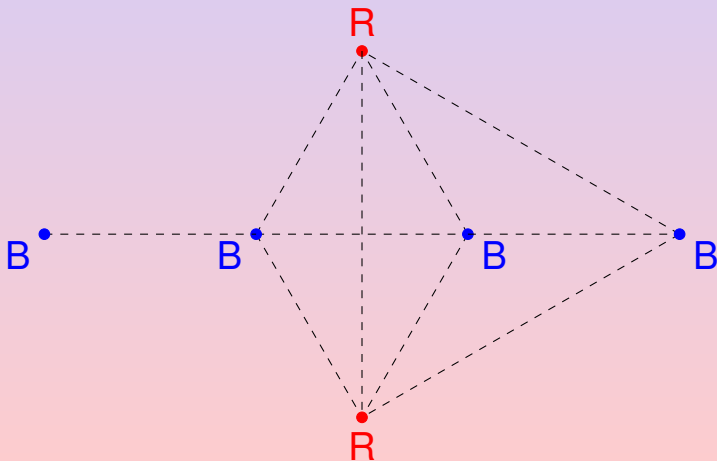
Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



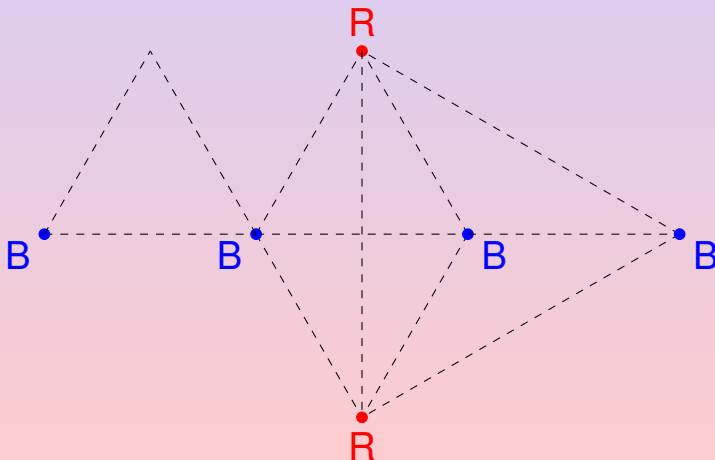
Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



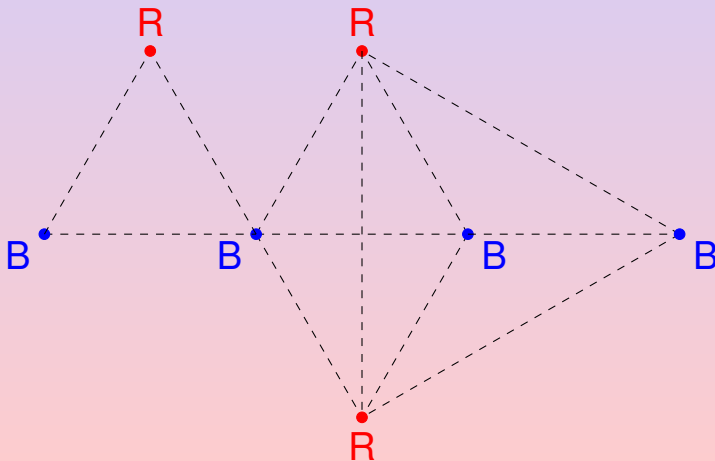
Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



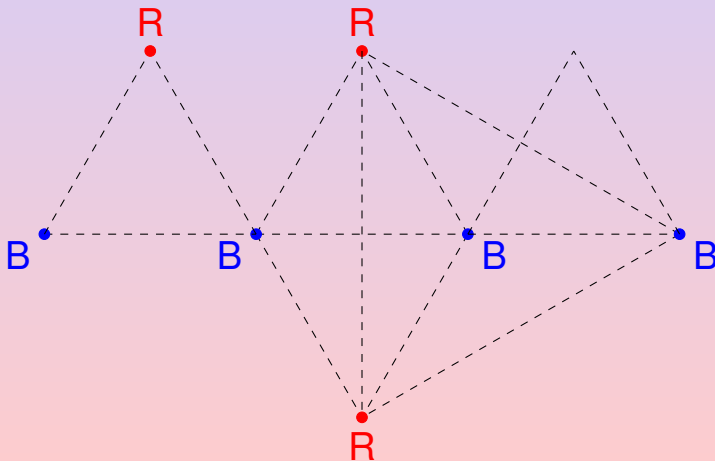
Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



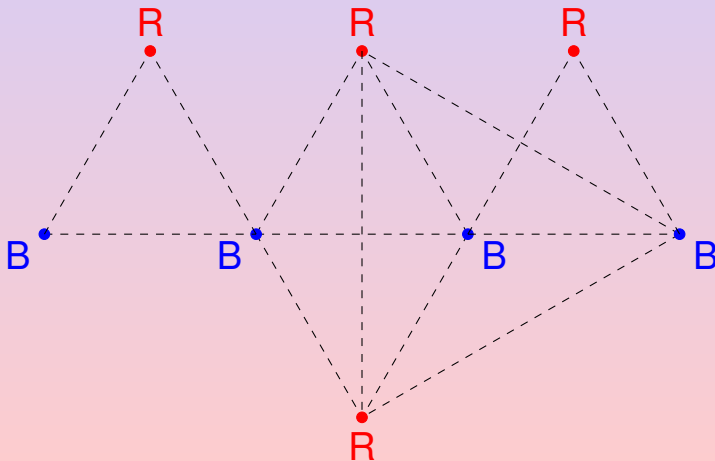
Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



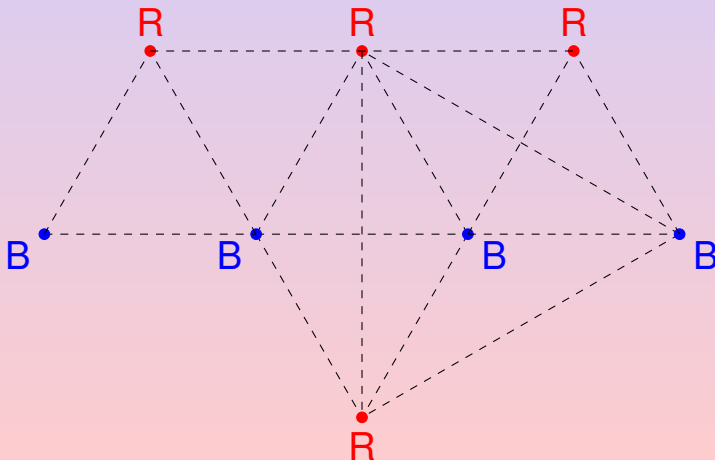
Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



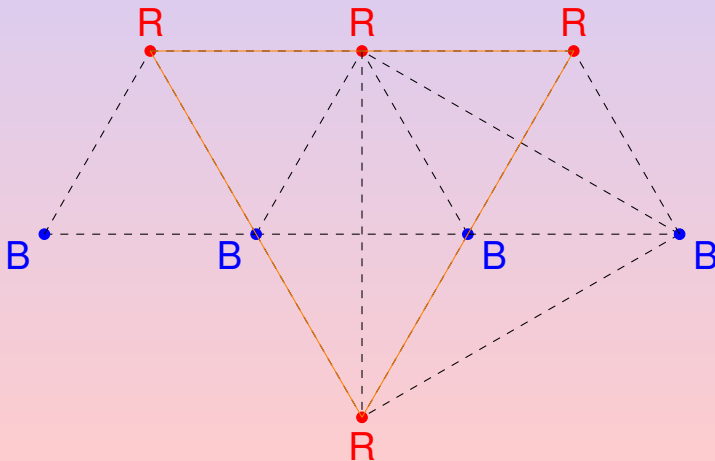
Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



Triangoli *monocolori*

Coloriamo a caso tutti i punti del piano di blu o rosso. Esiste sempre un triangolo equilatero *monocolore*, cioè con i tre vertici dello stesso colore, tutti e tre blu o tutti e tre rossi?



Grazie della vostra attenzione